

УТВЕРЖДАЮ
Первый проректор, проректор по
УР

_____ А.Е. Рудин

«28» ____ 06 ____ 2022 года

Рабочая программа дисциплины

Б1.О.15 Исследование операций и методы оптимизации

Учебный план: 2022-2023 09.03.03 ИИТА ПИД ЗАО №1-3-8.plx

Кафедра: **26** Математики

Направление подготовки:
(специальность) 09.03.03 Прикладная информатика

Профиль подготовки: Прикладная информатика в дизайне
(специализация)

Уровень образования: бакалавриат

Форма обучения: заочная

План учебного процесса

Семестр (курс для ЗАО)	Контактная работа обучающихся		Сам. работа	Контроль, час.	Трудоёмкость, ЗЕТ	Форма промежуточной аттестации
	Лекции	Практ. занятия				
2	УП	4	4	28	1	
	РПД	4	4	28	1	
3	УП	4	8	87	9	Экзамен
	РПД	4	8	87	9	
Итого	УП	8	12	115	9	
	РПД	8	12	115	9	

Рабочая программа дисциплины составлена в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования по направлению подготовки 09.03.03 Прикладная информатика, утверждённым приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 19.09.2017 г. № 922

Составитель (и):

без ученой степени, Старший преподаватель _____

Потихонова Виктория

Всеволодовна

доктор технических наук, Заведующий кафедрой _____

Рожков Николай

Николаевич

От кафедры составителя:

Заведующий кафедрой математики _____

Рожков Николай

Николаевич

От выпускающей кафедры:

Заведующий кафедрой _____

Сошников Антон

Владимирович

Методический отдел:

1 ВВЕДЕНИЕ К РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЕ ДИСЦИПЛИНЫ

1.1 Цель дисциплины: Сформировать компетенции обучающегося в области оптимизационных задач: ознакомиться с математическими свойствами моделей и методов оптимизации, которые могут использоваться при анализе и решении широкого спектра экономических задач

1.2 Задачи дисциплины:

Научить студентов использовать методологию исследования операций; выполнять все этапы операционного исследования; классифицировать задачу оптимизации; выбирать метод решения задач оптимизации; проверять выполнение условий сходимости методов; использовать компьютерные технологии реализации методов исследования операций и методов оптимизации.

1.3 Требования к предварительной подготовке обучающегося:

Предварительная подготовка предполагает создание основы для формирования компетенций, указанных в п. 2, при изучении дисциплин:

Математика

2 КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

УК-2: Способен определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений
Знать: основные методологические подходы к решению математических задач, возникающих в ходе практической деятельности
Уметь: анализировать профессиональные задачи и процессы с применением методов математического моделирования оптимизации.
Владеть: навыками работы с математическими методами и моделями оптимизации в рамках своей профессиональной деятельности.
ОПК-1: Способен применять естественнонаучные и общинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности;
Знать: основные понятия и принципы математического моделирования, сущность методов непрерывной и дискретной оптимизации
Уметь: применять системный подход и математические методы при формализации решения прикладных задач
Владеть: навыками применения базового инструментария методов оптимизации для решения теоретических и практических задач
ОПК-6: Способен анализировать и разрабатывать организационно-технические и экономические процессы с применением методов системного анализа и математического моделирования;
Знать: основные методологические и методические положения математического моделирования задач исследования операций, принципы имитационного моделирования и алгоритм метода статистических испытаний, методы принятия решений в условиях нечеткой информации
Уметь: анализировать информационные потоки, варианты реализации проектируемой системы и строить формальные математические модели простых экономических процессов
Владеть: навыками определения цели моделирования, построения концептуальной модели, разработки алгоритма, описывающего поведение системы, проведения экспериментов с моделью системы, расчета и оптимизации основных показателей результативности моделируемого объекта

3 РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Наименование и содержание разделов, тем и учебных занятий	Семестр (курс для ЗАО)	Контактная работа		СР (часы)	Инновац. формы занятий
		Лек. (часы)	Пр. (часы)		
Раздел 1. Линейное программирование	2				
Тема 1. Математические основы методов линейного программирования: векторные пространства, N-мерный вектор, линейная зависимость и независимость векторов. Системы m уравнений с n неизвестными. Векторная форма. Базисное решение. Практическое занятие: решение систем		0,5	0,5	4	
Тема 2. Математические модели экономических задач. Постановка задачи линейного программирования (ЗЛП) экономического содержания и ее математическая формулировка. Основные понятия и определения. Формы записи ЗЛП. Практическое занятие: Построение математических моделей ЗЛП.		0,5	0,5	4	ИЛ
Тема 3. Геометрическая интерпретация задачи линейного программирования. Графический метод решения ЗЛП. Свойства ЗЛП. Практическое занятие: графическое решение ЗЛП.		0,5	0,5	5	
Тема 4. Симплексный метод, его сущность и алгоритм. Симплексные таблицы. Индексные критерии. М-метод. Практическое занятие: решение задачи ЛП симплексным методом.		1	1	5	
Раздел 2. Специальные задачи линейного программирования					
Тема 5. Теория двойственности в операционном анализе экономических систем. Экономическая интерпретация двойственных задач. Основные теоремы двойственности. Практическое занятие: Решение двойственной задачи.		1	1	5	ИЛ
Тема 6. Операционные модели транспортного типа. Экономическая и математическая формулировки. Методы решения. Практическое занятие: решение ТЗ методом потенциалов.		0,5	0,5	5	
Итого в семестре (на курсе для ЗАО)		4	4	28	
Консультации и промежуточная аттестация - нет		0			
Раздел 3. Нелинейное программирование	3				
Тема 7. Основные понятия и модели нелинейного программирования. Экономическая и геометрическая интерпретация задач нелинейного программирования. Практические занятия: Графическое решение задач НП.		1	2	15	ИЛ

Тема 8. Метод множителей Лагранжа. Практические занятия: Решение задач НП методом Лагранжа.		1	2	15	
Тема 9. Модели выпуклого программирования. Практические занятия: Решение задач выпуклого программирования.		0,5	1	17	
Раздел 4. Динамическое программирование					
Тема 10. Общая постановка задачи динамического программирования		0,5		15	
Тема 11. Принцип оптимальности и уравнения Беллмана		0,5		15	ИЛ
Тема 12. Задача распределения средств между предприятиями. Практические занятия. Решение задач оптимизации на основе метода динамического программирования.		0,5	3	10	
Итого в семестре (на курсе для ЗАО)		4	8	87	
Консультации и промежуточная аттестация (Экзамен)		2,5		6,5	
Всего контактная работа и СР по дисциплине		22,5		121,5	

4 КУРСОВОЕ ПРОЕКТИРОВАНИЕ

Курсовое проектирование учебным планом не предусмотрено

5. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

5.1 Описание показателей, критериев и системы оценивания результатов обучения

5.1.1 Показатели оценивания

Код компетенции	Показатели оценивания результатов обучения	Наименование оценочного средства
ОПК-1	Формулирует и объясняет основы математики, вычислительной техники и программирования. Решает стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и общеинженерных знаний, методов математического анализа и моделирования. Применяет приёмы теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности.	Вопросы для устного собеседования. Практико-ориентированные задания.
ОПК-6	Формулирует и понимает основы методов оптимизации и исследования операций, математического и имитационного моделирования. Применяет методы теории математического моделирования для автоматизации задач принятия решений, анализа информационных потоков, расчета экономической эффективности и надежности информационных систем и технологий. Демонстрирует методики проведения инженерных расчетов основных показателей результативности создания и применения информационных систем и технологий.	Вопросы для устного собеседования. Практико-ориентированные задания.
УК-2	Формулирует и объясняет виды ресурсов и ограничений для решения профессиональных задач; формулирует основные методы оценки разных способов решения задач; действующее законодательство и правовые нормы. Проводит анализ поставленной цели и определяет круг задач, необходимых для ее достижения; анализирует альтернативные варианты достижения поставленной цели; использует нормативно правовую документацию. Использует методики определения круга задач в рамках поставленной цели и находит оптимальные способы их решения; применяет методы оценки потребности в ресурсах и влияния ограничений; верно работает с нормативно-правовой документацией.	Вопросы для устного собеседования. Практико-ориентированные задания.

5.1.2 Система и критерии оценивания

Шкала оценивания	Критерии оценивания сформированности компетенций	
	Устное собеседование	Письменная работа
5 (отлично)	Полный, исчерпывающий ответ, явно демонстрирующий глубокое понимание предмета и широкую эрудицию в оцениваемой области. Критический, оригинальный подход к материалу. Контрольная работа зачтена.	
4 (хорошо)	Ответ полный, основанный на проработке всех обязательных источников информации. Подход к материалу ответственный, но стандартный. Контрольная работа зачтена.	
3 (удовлетворительно)	Ответ воспроизводит в основном только лекционные материалы, без самостоятельной работы с рекомендованной литературой. Демонстрирует понимание предмета в целом, без углубления в детали. Присутствуют существенные ошибки или пробелы в знаниях по некоторым темам. Контрольная работа зачтена.	
2 (неудовлетворительно)	Неспособность ответить на вопрос без помощи экзаменатора. Незнание значительной части принципиально важных элементов дисциплины. Многочисленные грубые ошибки. Непонимание заданного вопроса. Неспособность сформулировать хотя бы отдельные концепции дисциплины. Попытка списывания, использования неразрешенных технических устройств или пользования подсказкой другого человека (вне зависимости от успешности такой попытки).	

5.2 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности

5.2.1 Перечень контрольных вопросов

№ п/п	Формулировки вопросов
Курс 2	
1	Контроль не предусмотрен
Курс 3	
2	Понятие N-мерного вектора. Линейные операции с векторами. Скалярное произведение N-мерных векторов. Векторные пространства.
3	Линейная зависимость и независимость векторов. Разложение вектора по системе векторов. Векторная форма системы линейных уравнений.
4	Выпуклое множество точек на плоскости, угловые точки, выпуклый многоугольник в n-мерном пространстве.
5	Формулировка задачи линейного программирования (ЗЛП). Основные определения: переменные задачи, целевая функция, система ограничений,
6	Математические модели задачи использования ресурсов, задачи о смесях, задачи о загрузке оборудования.
7	Общая и каноническая формы представления ЗЛП. Приведение общей задачи к канонической. Векторная форма записи ЗЛП.
8	Геометрическая интерпретация ЗЛП, свойства ЗЛП.
9	Графический метод решения ЗЛП с двумя переменными. Правило отыскания оптимального плана.
10	Симплекс метод решения ЗЛП. Определение первоначального допустимого базисного (опорного) решения.
11	Симплексные таблицы. Алгоритм решения.

12	Критерии оптимальности решения при отыскании максимума и минимума линейной функции. Особые случаи.
13	M-метод (метод искусственного базиса).
14	Взаимно двойственные ЗЛП. Экономическая интерпретация задачи, двойственной к задаче об использовании ресурсов.
15	Основные теоремы двойственности. Решение двойственной задачи графическим методом.
16	Постановка транспортной задачи (ТЗ), экономическая модель, ее особенности.
17	Закрытая и открытая модель ТЗ. Приведение открытой задачи к закрытому типу. Построение первоначального плана перевозок
18	Метод потенциалов. Критерий оптимальности решения ТЗ.
19	Понятие цикла, построение цикла при решении ТЗ.
20	Понятие о задаче назначения персонала, транспортных задачах по критерию времени.
21	Экономическая и геометрическая интерпретация задач нелинейного программирования.
22	Метод множителей Лагранжа.
23	Модели выпуклого программирования. Методы решения.
24	Общая постановка задачи динамического программирования.
25	Особенности задач, решаемых методом динамического программирования.
26	Принцип оптимальности и уравнения Беллмана.
27	Сущность вычислительного метода динамического программирования.

5.2.2 Типовые тестовые задания

не предусмотрено

5.2.3 Типовые практико-ориентированные задания (задачи, кейсы)

Типовые практико-ориентированные задания (задачи, кейсы) находятся в Приложении к данной РПД

5.3 Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, владений (навыков и (или) практического опыта деятельности)

5.3.1 Условия допуска обучающегося к промежуточной аттестации и порядок ликвидации академической задолженности

Проведение промежуточной аттестации регламентировано локальным нормативным актом СПбГУПТД «Положение о проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся»

5.3.2 Форма проведения промежуточной аттестации по дисциплине

Устная Письменная Компьютерное тестирование Иная

5.3.3 Особенности проведения промежуточной аттестации по дисциплине

- на подготовку отводится 45 — 60 минут
 - на ответ по билету и дополнительные вопросы 10-15 минут
 - использование вспомогательной литературы (справочников, конспектов и т.п.) не предусмотрено
- В течение семестра выполняется контрольная работа

6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

6.1 Учебная литература

Автор	Заглавие	Издательство	Год издания	Ссылка
6.1.1 Основная учебная литература				
Гайлит, Е. В.	Методы оптимальных решений	Санкт-Петербург: Санкт-Петербургский государственный университет промышленных технологий и дизайна	2018	https://www.iprbooks.hop.ru/102932.html
Барабаш, С. Б.	Методы оптимальных решений	Москва: Ай Пи Ар Медиа	2021	https://www.iprbooks.hop.ru/108236.html
Васильчук, В. Ю.	Методы оптимальных решений	Санкт-Петербург: Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет, ЭБС АСВ	2018	https://www.iprbooks.hop.ru/86431.html

Дязитдинова, А. Р.	Исследование операций и методы оптимизации	Самара: Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики	2017	http://www.iprbookshop.ru/75377.html
6.1.2 Дополнительная учебная литература				
Потихонова В. В., Король Л. И.	Исследование операций. Конспект лекций	СПб.: СПбГУПТД	2017	http://publish.sutd.ru/tp_ext_inf_publish.php?id=2017152
Галкина, М. Ю.	Методы оптимальных решений	Новосибирск: Сибирский государственный университет телекоммуникаций и информатики	2016	http://www.iprbookshop.ru/69544.html
Заозерская, Л. А., Романова, А. А.	Методы оптимальных решений	Омск: Омская юридическая академия	2015	http://www.iprbookshop.ru/49655.html
Осипова Э. Н.	Методы оптимальных решений	СПб.: СПбГУПТД	2015	http://publish.sutd.ru/tp_ext_inf_publish.php?id=2294
Слиденко, А. М., Агапова, Е. А.	Методы оптимальных решений в примерах и задачах	Воронеж: Воронежский Государственный Аграрный Университет им. Императора Петра Первого	2015	http://www.iprbookshop.ru/72699.html
Соловьева, С. И., Баланчук, Т. Т., Литвинов, Л. А.	Методы оптимальных решений	Новосибирск: Новосибирский государственный архитектурно-строительный университет (Сибстрин), ЭБС АСВ	2015	http://www.iprbookshop.ru/68789.html
Денисова, С. Т., Безбородникова, Р. М., Зеленина, Т. А.	Методы оптимальных решений	Оренбург: Оренбургский государственный университет, ЭБС АСВ	2015	http://www.iprbookshop.ru/52326.html
Гильмутдинов, Р. З., Гузаирова, Г. Р.	Исследование операций в экономике	Уфа: Башкирский институт социальных технологий (филиал) ОУП ВО «АТИСО»	2015	http://www.iprbookshop.ru/66757.html

6.2 Перечень профессиональных баз данных и информационно-справочных систем

1. Электронно-библиотечная система IPRbooks [Электронный ресурс]. URL: <http://www.iprbookshop.ru/>
2. Информационная система «Единое окно доступа к образовательным ресурсам» [Электронный ресурс]. URL: <http://window.edu.ru>

6.3 Перечень лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения

MicrosoftOfficeProfessional

6.4 Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Аудитория	Оснащение
Лекционная аудитория	Мультимедийное оборудование, специализированная мебель, доска
Учебная аудитория	Специализированная мебель, доска

Приложение

рабочей программы дисциплины **Исследование операций и методы оптимизации**
наименование дисциплины

по направлению подготовки 09.03.03 – прикладная информатика
 наименование ОП (профиля): Прикладная информатика в дизайне

5.2.3 Типовые практико-ориентированные задания (задачи, кейсы)

№ п/п	Условия типовых практико-ориентированных заданий (задач, кейсов)																						
Семестр 4																							
1	<p>Доказать, что векторы A_1, A_2, A_3 образуют базис пространства R^3 и разложить вектор B в этом базисе.</p> $A_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}; A_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}; A_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 10 \\ 12 \\ -1 \end{pmatrix}$																						
2	<p>Рацион питания животных на ферме состоит из двух видов кормов А и В. Один килограмм корма А стоит 80 условных денежных единиц (у.е.) и содержит 1 ед. жиров, 3 ед. белков 1 ед. углеводов, 2 ед. нитратов.</p> <p>Один килограмм корма В стоит 10 условных денежных единиц (у.е.) и содержит 3 ед. жиров, 8 ед. белков 1 ед. углеводов, 4 ед. нитратов.</p> <p>Составить наиболее дешевый рацион питания, обеспечивающий жиров не менее 6 ед., белков не менее 9 ед., углеводов не менее 8 ед. нитратов не более 16 ед.</p> <p>Составить математическую модель задачи.</p>																						
2	<p>Для изготовления двух видов изделий А и В используется три вида сырья S_1, S_2, S_3. Общее количество сырья, расход сырья на производство единицы каждого вида изделия, а также прибыль от реализации единицы изделий приведены в таблице. Составить математическую модель задачи, обеспечивающую максимальную прибыль от реализации изделий А и В.</p> <table border="1" data-bbox="261 1576 991 2056"> <thead> <tr> <th rowspan="2">Вид ресурса</th> <th colspan="2">Вид изделия</th> <th rowspan="2">Объем ресурсов</th> </tr> <tr> <th>А</th> <th>В</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Сырье S_1 (кг)</td> <td>5</td> <td>2</td> <td>90</td> </tr> <tr> <td>Сырье S_2 (кг)</td> <td>2</td> <td>7</td> <td>70</td> </tr> <tr> <td>Сырье S_3 (кг)</td> <td>3</td> <td>3</td> <td>60</td> </tr> <tr> <td>Прибыль, ден.ед.</td> <td>6</td> <td>10</td> <td></td> </tr> </tbody> </table> <p>Построить математическую модель задачи. Решить графическим и симплекс-методом.</p>	Вид ресурса	Вид изделия		Объем ресурсов	А	В	Сырье S_1 (кг)	5	2	90	Сырье S_2 (кг)	2	7	70	Сырье S_3 (кг)	3	3	60	Прибыль, ден.ед.	6	10	
Вид ресурса	Вид изделия		Объем ресурсов																				
	А	В																					
Сырье S_1 (кг)	5	2	90																				
Сырье S_2 (кг)	2	7	70																				
Сырье S_3 (кг)	3	3	60																				
Прибыль, ден.ед.	6	10																					

3	<p>Решить графическим методом следующие ЗЛП:</p> <p>1)</p> $\begin{cases} x_1 & \geq & 4 \\ 28x_1 - 2x_2 & \leq & 210 \\ +7x_1 + 4x_2 & \geq & 84 \\ -7x_1 + 2x_2 & \leq & 42 \end{cases}$ $z_1 = 14x_1 + 2x_2 \rightarrow \max$ $z_2 = 21x_1 - 4x_2 \rightarrow \min$ <p>2)</p> $\begin{cases} 7x_1 + 2x_2 & \geq & 56 \\ 14x_1 + 2x_2 & \geq & 70 \\ 7x_1 - 4x_2 & \leq & 14 \end{cases}$ $Z_1 = 7x_1 + 2x_2 \rightarrow \max$ $Z_2 = 7x_1 + 2x_2 \rightarrow \min$																									
5	<p>Найти решение следующей задачи М-методом</p> $Z(X) = x_1 + x_2 + 4x_3 \rightarrow \max$ $\begin{cases} x_1 + 4x_2 + x_3 \leq 20 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 \leq 24 \\ x_1 + x_2 \geq 6 \end{cases} \quad x_j \geq 0 \quad (j = 1, 2, 3)$																									
6	<p>Прядильно-ниточное предприятие выпускает нитки с лавсаном (н/л) и нитки с капроном (н/к), для изготовления которых использует хлопок I сорта (хл.1), а также и хлопок II сорта (хл.2). На изготовление 1 тонны (н/л) требуется 85 кг (хл.1) и 10 кг (хл.2), на изготовление 1 т (н/к) требуется 6 кг (хл.1) и 69 кг (хл.2). Запасы хлопка на предприятии составляют соответственно: 285 кг - (хл.1) и 375 кг - (хл.2).</p> <p>Прибыль от реализации 1 т (н/л) составляет 1065 у. е., а от реализации 1 т (н/к) 963 у. е.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) Составить математическую модель этой задачи. 2) Составить двойственную к ней задачу, приняв за неизвестные условные цены на хлопок. 3) Решив обе задачи графическим методом, проверить выполнение основного принципа двойственности. 																									
7	<p>Решить транспортную задачу.</p> <p>Имеется три ткацкие фабрики, которые поставляют ткань на четыре швейные фабрики. Запасы поставщиков, запросы потребителей и стоимость перевозки одного рулона ткани от каждого поставщика к каждому потребителю приведены в таблице.</p> <table border="1" data-bbox="336 1686 916 1839"> <thead> <tr> <th>Поставщики</th> <th>Запасы</th> <th>B1</th> <th>B2</th> <th>B3</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>A1</td> <td>10</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>4</td> </tr> <tr> <td>A2</td> <td>20</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>A3</td> <td>30</td> <td>5</td> <td>4</td> <td>8</td> </tr> <tr> <td colspan="2">Запросы потребителей</td> <td>17</td> <td>8</td> <td>10</td> </tr> </tbody> </table>	Поставщики	Запасы	B1	B2	B3	A1	10	1	2	4	A2	20	2	3	1	A3	30	5	4	8	Запросы потребителей		17	8	10
Поставщики	Запасы	B1	B2	B3																						
A1	10	1	2	4																						
A2	20	2	3	1																						
A3	30	5	4	8																						
Запросы потребителей		17	8	10																						
	<p>Найти условные экстремумы функции $z = x_1^2 + x_2^2 + x_3$</p> <p>при условиях $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 4 \\ 2x_1 - 3x_2 = 12 \end{cases}$ методом множителей Лагранжа</p>																									
	<p>Решить задачу квадратичного программирования</p>																									

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 8 \\ x_2 + x_3 = 4 \end{cases}$$

$$x_j \geq 0, \forall j,$$

$$z = x_1 - x_2^2 - 5x_3 - 2x_1 \cdot x_2 \rightarrow \max$$

Найти оптимальное распределение средств $X_0=100$ между четырьмя предприятиями при условии, что прибыль $f_i(x)$ ($i=1, 2, 3, 4$), полученная от каждого предприятия, является функцией от вложенных в него средств x . Вложения кратны $\Delta x=20$, а функции дохода $f_i(x)$ для каждого предприятия заданы таблицей:

	f_1	f_2	f_3	f_4
20	9	11	13	16
40	18	19	32	27