

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Санкт-Петербургский государственный университет промышленных технологий и дизайна»
(СПбГУПТД)

УТВЕРЖДАЮ

Первый проректор, проректор по
УР

А.Е. Рудин

«28» __ 06 __ 2022 года

Рабочая программа дисциплины

Б1.О.05 Математика

Учебный план: 2022-2023 15.03.04 ИИТА АТПиУвМПК ОО №1-1-149.plx

Кафедра: **26** Математики

Направление подготовки:
(специальность) 15.03.04 Автоматизация технологических процессов и производств

Профиль подготовки: Автоматизация технологических процессов и управления в
(специализация) многоотраслевых производственных комплексах

Уровень образования: бакалавриат

Форма обучения: очная

План учебного процесса

Семестр (курс для ЗАО)	Контактная работа обучающихся		Сам. работа	Контроль, час.	Трудоёмкость, ЗЕТ	Форма промежуточной аттестации	
	Лекции	Практ. занятия					
1	УП	34	51	68	27	5	Экзамен
	РПД	34	51	68	27	5	
2	УП	34	34	49	27	4	Экзамен
	РПД	34	34	49	27	4	
3	УП	34	34	49	27	4	Экзамен
	РПД	34	34	49	27	4	
4	УП	34	34	85	27	5	Экзамен
	РПД	34	34	85	27	5	
Итого	УП	136	153	251	108	18	
	РПД	136	153	251	108	18	

Санкт-Петербург
2022

Рабочая программа дисциплины составлена в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования по направлению подготовки 15.03.04 Автоматизация технологических процессов и производств, утверждённым приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 09.08.2021 г. № 730

Составитель (и):

доктор технических наук, Профессор

Мещерякова Галина
Пантлеевна

От кафедры составителя:

Заведующий кафедрой математики

Рожков Николай
Николаевич

От выпускающей кафедры:

Заведующий кафедрой

Энтин Виталий Яковлевич

Методический отдел:

1 ВВЕДЕНИЕ К РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЕ ДИСЦИПЛИНЫ

1.1 Цель дисциплины: Сформировать компетенции обучающегося в области ряда математических дисциплин, методов и моделей, включая математические модели систем и процессов в естествознании и технике.

1.2 Задачи дисциплины:

- Рассмотреть основы современных математических знаний, необходимых для решения практических задач;
- привить навыки самостоятельного пользования учебной и справочной литературой по математике и ее приложениям;
- развить логическое мышление;
- повысить уровень математической культуры.

1.3 Требования к предварительной подготовке обучающегося:

Предварительная подготовка предполагает создание основы для формирования компетенций, указанных в п. 2, при изучении дисциплин:

Дисциплина базируется на компетенциях, сформированных на предыдущем уровне образования

2 КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

ОПК-1: Применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности
Знать: методы математического анализа, используемые при аналитическом исследовании систем автоматизации технологических процессов
Уметь: применять методы математического анализа, используемые при аналитическом исследовании систем автоматизации технологических процессов
Владеть: навыками использования методов математического анализа при аналитическом исследовании систем автоматизации технологических процессов.

3 РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Наименование и содержание разделов, тем и учебных занятий	Семестр (курс для ЗАО)	Контактная работа		СР (часы)	Инновац. формы занятий	Форма текущего контроля
		Лек. (часы)	Пр. (часы)			
Раздел 1. Линейная алгебра и аналитическая геометрия	1					ДЗ
Тема 1. Линейная алгебра. Определители, матрицы. Виды матриц. Линейные операции с матрицами. Операция транспонирования. Произведение матриц. Системы линейных уравнений. Матричная запись систем линейных уравнений методами Крамера и Гаусса		5	8	12		
Тема 2. Векторная алгебра. Векторы, линейные операции. Проекция вектора на оси координат. Скалярное, смешанное и векторное произведение векторов и их геометрические приложения. Практическое занятие: Понятие вектора в R^2 и R^3 , операции с векторами в ортонормированном базисе.		6	8	14	ИЛ	
Тема 3. Аналитическая геометрия на плоскости. Координаты на плоскости. Преобразования системы координат. Прямая на плоскости. Основные уравнения прямой. Кривые второго порядка: окружность эллипс, гипербола, парабола. Практическое занятие: Решение заданий по теме прямая и плоскость в R^2 и R^3 . Кривые второго порядка на плоскости.		7	10	14		
Раздел 2. Дифференциальное исчисление						ДЗ

Тема 4. Введение в анализ функции одного переменного. Функция, основные определения. Предел функции. Бесконечно малые и бесконечно большие величины. Правила вычисления пределов. Замечательные пределы. Практическое занятие: Введение в математический анализ.	8	13	14		
------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	---	----	----	--	--

Тема 5. Дифференциальное исчисление функции одной переменной. Производная функции, ее геометрический смысл. Правила дифференцирования. Таблица производных. Производные и дифференциалы высших порядков. Приложение к приближенным вычислениям. Производная параметрически заданной функции. Теоремы о дифференцируемых функциях. Теорема Ролля. Правило Лопиталя. Формула Тейлора. Исследование функций по первой и второй производной. Теорема о связи между знаком производной и монотонностью функции. Экстремумы функции. Необходимые условия экстремума. Достаточные условия по первой и второй производной. Практическое занятие: Вычисление производных функции одной переменной.	8	12	14	ИЛ	
Итого в семестре (на курсе для ЗАО)	34	51	68		
Консультации и промежуточная аттестация (Экзамен)	2,5		24,5		
Раздел 3. Элементы теории функций комплексного переменного					
Тема 6. Элементы высшей алгебры. Полиномы. Корни полиномов. Комплексные числа, действия с ними в алгебраической, тригонометрической и показательной форме. Возведение в степень комплексного числа и извлечение корня. Практическое занятие: Понятие комплексных чисел, действия с ними в алгебраической, тригонометрической и показательной форме.	2	5	4	8	ДЗ
Тема 7. Функции комплексного переменного. Примеры функций комплексного переменного. Формулы Эйлера. Практическое занятие: Определение функции комплексного переменного.		6	6	8	
Раздел 4. Интегральное исчисление					ДЗ

<p>Тема 8. Неопределенный интеграл. Первообразная и неопределенный интеграл. Свойства первообразной. Свойства неопределенного интеграла вытекающие из определения. Линейные свойства. Таблица интегралов. Основные методы интегрирования: метод замены переменной, метод интегрирования по частям, метод разложения на простейшие. Практическое занятие: Решение заданий по теме неопределенный интеграл</p>	6	6	8		
<p>Тема 9. Определенный интеграл и его приложения. Определение определенного интеграла, его свойства. Линейные свойства определенного интеграла. Интеграл с переменным верхним пределом. Формула Ньютона-Лейбница. Приложения определенного интеграла к задачам геометрии: вычисление площадей, объемов тел. Практическое занятие: Вычисление определенного интеграла. Решение задач на геометрические и механические приложения 2определенного интеграла.</p>	5	6	8	ИЛ	
<p>Раздел 5. Функции нескольких переменных</p>					
<p>Тема 10. Функции двух переменных. Основные определения. Приращения функции. Частные производные и дифференциал функции многих переменных. Производные и дифференциалы высших порядков. Производная по направлению и градиент. Практическое занятие: Нахождение области определения функции нескольких переменных. Вычисление частных производных.</p>	6	6	8		ДЗ
<p>Тема 11. Формула Тейлора для функции двух переменных. Экстремум функции двух переменных. Стационарные точки. Необходимые и достаточные условия экстремума. Практическое занятие: Вычисление экстремума функции нескольких переменных, а также наибольшего и наименьшего значения функции.</p>	6	6	9	ИЛ	
<p>Итого в семестре (на курсе для ЗАО)</p>	34	34	49		
<p>Консультации и промежуточная аттестация (Экзамен)</p>	2,5		24,5		
<p>Раздел 6. Дифференциальные уравнения</p>					
<p>Тема 12. Дифференциальные уравнения первого порядка. Определение дифференциального уравнения первого порядка. Определение решения. Начальные условия. Теорема существования и единственности решения. Основные виды дифференциальных уравнений: уравнения с разделяющимися нелинейные уравнения. Практическое занятие: Решение задач по теме дифференциальные уравнения первого порядка.</p>	3	4	4	7	ДЗ

<p>Тема 13. Линейные дифференциальные уравнения второго порядка. Определение дифференциального уравнения. Определение решения. Начальные условия. Теорема существования и единственности решения. Линейные однородные и неоднородные дифференциальные уравнения. Теоремы о свойствах решений. Теоремы об общем решении. Уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Метод решения уравнений с постоянными коэффициентами. Практическое занятие: Решение задач по теме дифференциальные уравнения второго порядка.</p>		5	5	7	ИЛ	
<p>Тема 14. Системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Основные определения. Нормальные системы. Решения методом сведения к одному уравнению n-того порядка. Линейные системы. Матричная запись. Матричный метод решения системы. Собственные числа и собственные векторы матриц. Автономные системы. Практическое занятие: Системы линейных дифференциальных уравнений.</p>		4	5	6		
<p>Раздел 7. Последовательности и числовые ряды</p>						
<p>Тема 15. Числовые последовательности. Определение числового ряда. Необходимый признак сходимости. Правила действия с рядами. Ряды с положительными членами. Признаки сходимости знакоположительных рядов. Практическое занятие: Числовой ряд, признаки сходимости числовых рядов.</p>		5	4	7		
<p>Тема 16. Функциональные ряды. Степенные ряды. Определения степенного ряда. Область сходимости степенного ряда. Теорема Абеля. Радиус сходимости и интервал сходимости. Ряды Тейлора и Маклорена. Приложения степенных рядов к приближенным вычислениям. Практическое занятие: Решение задач на определение сходимости степенных рядов. Ряды Фурье</p>		4	10	6		ДЗ
<p>Тема 17. Ряды Фурье. Основные определения. Разложение функций в тригонометрические ряды. Ряды от четных и нечетных функций. Интегральное преобразование Фурье. Практическое занятие: Обсуждение основных методов вычислительной математики.</p>		4	2	6	ИЛ	
<p>Раздел 8. Уравнения математической физики</p>						ДЗ

Тема 18. Уравнение колебаний струны. Постановка задачи. Вывод уравнения. Решение уравнения методом Фурье. Исследование решения. Практическое занятие: Решение уравнения колебаний.		4	2	5		
Тема 19. Уравнение теплопроводности. Постановка задачи. Вывод уравнения. Решение уравнения методом Фурье. Исследование решения. Метод сеток. Практическое занятие: Решение уравнения теплопроводности		4	2	5	ИЛ	
Итого в семестре (на курсе для ЗАО)		34	34	49		
Консультации и промежуточная аттестация (Экзамен)		2,5		24,5		
Раздел 9. Теория вероятностей. Случайные события						
Тема 20. Случайные события. Алгебра событий. Вероятностное пространство. Определения вероятности события. Теоремы сложения и умножения вероятностей. Формулы полной вероятности и Байеса. Испытания Бернулли. Практическое занятие: Вычисление вероятности событий. Применение основных теорем при подсчете вероятности.		6	8	18		
Тема 21. Дискретные случайные величины. Дискретная случайная величина. Математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратичное отклонение, их свойства. Биноминальный закон распределения и закон Пуассона. Элементы теории массового обслуживания. Закон больших чисел. Практическое занятие: Определение дискретных случайных величин, их числовые характеристики	4	7	6	20		ДЗ
Тема 22. Непрерывные случайные величины. Интегральная и дифференциальная функции распределения случайной величины. Математическое ожидание и дисперсия. Нормальный закон распределения. Практическое занятие: Определение непрерывных случайных величин, их числовые характеристики.		7	6	17	ИЛ	
Раздел 10. Основные понятия и методы математической статистики						
Тема 23. Выборочный метод. Методы отбора. Понятие репрезентативности выборки. Генеральная и выборочная совокупности. Генеральное и выборочное среднее, генеральная и выборочная дисперсии. Среднее квадратическое отклонение. Виды оценок. Исправленная дисперсия. Полигон и гистограмма. Практическое занятие: Обсуждение выборочного метода.		7	6	15		ДЗ

Тема 24. Статистические методы обработки экспериментальных данных. Обработка малой выборки. Обработка большой выборки. Группировка данных. Статистические функции распределения. Практическое занятие: Решение задач по теме статистические оценки параметров распределения.		7	8	15	ИЛ	
Итого в семестре (на курсе для ЗАО)		34	34	85		
Консультации и промежуточная аттестация (Экзамен)		2,5		24,5		
Всего контактная работа и СР по дисциплине		299		349		

4 КУРСОВОЕ ПРОЕКТИРОВАНИЕ

Курсовое проектирование учебным планом не предусмотрено

5. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

5.1 Описание показателей, критериев и системы оценивания результатов обучения

5.1.1 Показатели оценивания

Код компетенции	Показатели оценивания результатов обучения	Наименование оценочного средства
ОПК-1	<p>Формулирует и объясняет методы математического анализа, для исследования систем автоматизации технологических процессов</p> <p>Решает типовые задачи математического анализа, применительно в области исследования систем автоматизации технологических процессов.</p> <p>Пользуются методами математического анализа при аналитическом исследовании систем автоматизации технологических процессов.</p>	<p>Вопросы для устного собеседования</p> <p>Вопросы для тестирования</p> <p>Практико-ориентированные задания</p>

5.1.2 Система и критерии оценивания

Шкала оценивания	Критерии оценивания сформированности компетенций	
	Устное собеседование	Письменная работа
5 (отлично)	Полный, исчерпывающий ответ, явно демонстрирующий глубокое понимание предмета и широкую эрудицию в оцениваемой области. Критический, оригинальный подход к материалу.	
4 (хорошо)	Ответ полный, основанный на проработке всех обязательных источников информации. Подход к материалу ответственный, но стандартный.	
3 (удовлетворительно)	Ответ воспроизводит в основном только лекционные материалы, без самостоятельной работы с рекомендованной литературой. Демонстрирует понимание предмета в целом, без углубления в детали. Присутствуют существенные ошибки или пробелы в знаниях по некоторым темам.	
2 (неудовлетворительно)	Неспособность ответить на вопрос без помощи экзаменатора. Незнание значительной части принципиально важных элементов дисциплины. Многочисленные грубые ошибки.	

5.2 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности

5.2.1 Перечень контрольных вопросов

№ п/п	Формулировки вопросов
Семестр 1	
1	Матрицы, основные определения. Линейные операции с матрицами. Транспонирование матриц.
2	Числовые характеристики матриц. Свойства определителей.
3	Произведение матриц. Обратная матрица
4	Системы m уравнений с n неизвестными. Матричная запись системы. Решение системы методом Крамера.
5	Геометрическое определение вектора. Линейные операции с векторами.
6	Проекция вектора на оси координат. Запись вектора в форме проекций.
7	Скалярное произведение, его свойства. Скалярное произведение для векторов в форме проекций.
8	Векторное произведение векторов. Свойства.
9	Векторное произведение векторов в форме проекций.
10	Смешанное произведение векторов.
11	Системы координат на плоскости. Преобразования декартовой системы координат.
12	Вывести уравнения прямой на плоскости: с угловым коэффициентом, проходящей через данную точку, через две точки.
13	Угол между прямыми. Условия параллельности и перпендикулярности прямых.
14	Общее уравнение прямой.
15	Окружность как геометрическое место точек.
16	Дать определение эллипса. Вывести каноническое уравнение, перечислить свойства кривой. Сделать чертеж.
17	Дать определение гиперболы. Вывести каноническое уравнение, перечислить свойства кривой. Сделать чертеж.
18	Вывести уравнения плоскости в пространстве.
19	Вывести уравнения прямой в пространстве.
20	Дать определение функции. Перечислить основные свойства функций.
21	Дать определение предела функции. Бесконечно малые и бесконечно большие величины. Связь между бесконечно малыми и бесконечно большими величинами.
22	Теорема о разности между функцией и ее пределом. Правила вычисления пределов функций
23	Дать определение непрерывной функции. Односторонние пределы. Свойства непрерывных функций.
24	Дать определение производной. Рассказать о ее геометрическом и механическом смысле.
25	Рассказать о правилах вычисления производной. Доказать правило вычисления производной суммы функций.
26	Теорема о связи между непрерывностью и дифференцируемостью функции.
27	Дать определение дифференциала функции. Инвариантность форм первого дифференциала
28	Сформулировать теорему Вейерштрасса. Сформулировать и доказать теорему Ролля
29	Сформулировать теорему Формула Лагранжа. Сформулировать и доказать правило Лопитала вычисления пределов функций.
30	Доказать теорему о связи между знаком производной и монотонностью функции.
31	Дать определение экстремума функции. Ввести необходимые и достаточные условия экстремумов.
32	Написать формулы Тейлора и Маклорена. Рассказать о использовании этих формул в приближенных вычислениях.
33	Комплексные числа. Правила действия. Тригонометрическая и эйлерова формы комплексного числа.
34	Дать определение первообразной, доказать теорему о свойствах первообразной.
35	Дать определение неопределенного интеграла. Рассказать о свойствах неопределенного интеграла.
36	Рассказать о методе замены переменной в неопределенном интеграле. Доказать теорему о линейной замене.
37	Метод интегрирования по частям в неопределенном и определенном интегралах
Семестр 2	
38	Площадь криволинейной трапеции
39	Дать определение определенного интеграла. Рассказать о свойствах определенного интеграла, вытекающие из определения.
40	Рассказать о линейных свойствах определенного интеграла.
41	Интегрирование неравенств. Сформулировать теорему о среднем значении функции

42	Интеграл с переменным верхним пределом.
43	Формула Ньютона-Лейбница.
44	Геометрические приложения определенного интеграла: вычисление площадей фигур.
45	Геометрические приложения определенного интеграла: вычисление объемов тел.
46	Функции двух переменных основные определения. Приращения функции.
47	Частные производные и дифференциал функции двух переменных.
48	Градиент функции многих переменных и производная по направлению.
49	Экстремум функции двух переменных. Необходимые условия экстремума.
50	Формула Тейлора для функции двух переменных.
51	Достаточные условия экстремума для функции двух переменных.
52	Дифференциальные уравнения первого порядка. Общие понятия.
53	Рассказать о методе решения дифференциального уравнения первого с разделенными переменными и однородного уравнения.
54	Рассказать о методе решения линейного дифференциального уравнения первого порядка.
55	Дифференциальные уравнения второго порядка. Линейные дифференциальные уравнения второго порядка.
56	Теоремы о линейных однородных уравнениях.
57	Теорема об общем решении линейного однородного уравнения
58	Рассказать о методе решения линейного однородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.
59	Линейные неоднородные уравнения. Теорема об общем решении линейного неоднородного уравнения
60	Нормальные системы дифференциальных уравнений.
61	Линейные системы дифференциальных уравнений.
Семестр 3	
62	Дать определение числового ряда, определения для сходящегося и расходящегося рядов. Сформулировать необходимый признак сходимости рядов.
63	Правила действия с числовыми рядами.
64	Признаки сходимости числовых рядов с положительными членами.
65	Дать определение знакопеременующегося ряда. Сильная и слабая сходимость. Доказать теорему Лейбница
66	Дать определение степенного ряда, определение области сходимости степенного ряда. Действия со степенными рядами.
67	Сформулировать и доказать теорему Абеля.
68	Дать определение радиусу сходимости степенного ряда и рассказать о методе его вычисления.
69	Ряды Тейлора и МакЛорена. Приложения к приближенным вычислениям.
70	Ряд Фурье. Основные определения.
71	Теоремы о сходимости рядов Фурье.
72	Ряд Фурье на интервале $(-l, l]$
73	Ряды Фурье для четных и нечетных функций.
74	Комплексная форма ряда Фурье.
75	Интеграл Фурье.
76	Уравнение колебание струны. Вывод.
77	Решение уравнения колебаний струны методом Фурье.
Семестр 4	
78	Уравнение теплопроводности.
79	Основные определения теории вероятностей. Определение классической вероятности.
80	Теоремы сложения и умножения вероятностей.
81	Формула полной вероятности. Формула Байеса. Априорная и апостериорная вероятность сложного события.
82	Испытания Бернулли. Наивероятнейшая частота. Сформулировать предельные случаи при большом числе испытаний.
83	Дать определение дискретной случайной величины, закона ее распределения, математического ожидания и дисперсии.
84	Стандартные дискретные распределения.
85	Случайный поток событий.
86	Дать определение непрерывной случайной величины, функции распределения и плотности вероятности. Перечислить их свойства.
87	Дать определение математического ожидания и дисперсии для непрерывной случайной величины.

88	Дать определение нормального закона распределения. Перечислить свойства этого закона. Сформулировать теорему Ляпунова
89	Дать определение коэффициент корреляции, перечислить его свойства.
90	Сформулировать основные определения статистики. Перечислить методы отбора. Дать пояснения к понятию репрезентативности.
91	Статистические оценки.
92	Обработка большой выборки. Статистические функции распределения.
93	Обработка малой выборки.

5.2.2 Типовые тестовые задания

Типовые тестовые задания находятся в Приложении к данному РПД

5.2.3 Типовые практико-ориентированные задания (задачи, кейсы)

Типовые практико-ориентированные задания находятся в Приложении к данному РПД

5.3 Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, владений (навыков и (или) практического опыта деятельности)

5.3.1 Условия допуска обучающегося к промежуточной аттестации и порядок ликвидации академической задолженности

Проведение промежуточной аттестации регламентировано локальным нормативным актом СПбГУПТД «Положение о проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся»

5.3.2 Форма проведения промежуточной аттестации по дисциплине

Устная Письменная Компьютерное тестирование Иная

5.3.3 Особенности проведения промежуточной аттестации по дисциплине

- на подготовку отводится 45 — 60 минут
- на ответ по билету и дополнительные вопросы 30 — 35 минут
- использование вспомогательной литературы (справочников, конспектов и тп.) не предусмотрено

6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

6.1 Учебная литература

Автор	Заглавие	Издательство	Год издания	Ссылка
6.1.1 Основная учебная литература				
Рябушко, А. П., Жур, Т. А.	Высшая математика. Теория и задачи. В 5 частях. Ч.2. Комплексные числа. Неопределенный и определенный интегралы. Функции нескольких переменных	Минск: Вышэйшая школа	2016	http://www.iprbookshop.ru/90755.html
Рябушко, А. П., Жур, Т. А.	Высшая математика. Теория и задачи. В 5 частях. Ч.1. Линейная и векторная алгебра. Аналитическая геометрия. Дифференциальное исчисление функций одной переменной	Минск: Вышэйшая школа	2017	http://www.iprbookshop.ru/90754.html
6.1.2 Дополнительная учебная литература				
Рябушко, А. П., Жур, Т. А.	Высшая математика. Теория и задачи. В 5 частях. Ч.5. Операционное исчисление. Элементы теории устойчивости. Теория вероятностей. Математическая статистика	Минск: Вышэйшая школа	2018	http://www.iprbookshop.ru/90758.html

Рябушко, А. П., Жур, Т. А.	Высшая математика. Теория и задачи. В 5 частях. Ч.3. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Ряды. Кратные интегралы	Минск: Вышэйшая школа	2017	http://www.iprbookshop.ru/90756.html
----------------------------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----------------------	------	-----------------------------------------------------------------------------------------

6.2 Перечень профессиональных баз данных и информационно-справочных систем

1. Тренажер по высшей математике [Электронный ресурс]. URL: <http://e-math.ru>
2. Информационная система «Единое окно доступа к образовательным ресурсам» [Электронный ресурс]. URL: <http://window.edu.ru>
3. Электронно-библиотечная система IPRbooks [Электронный ресурс]. URL: <http://www.iprbookshop.ru/>

6.3 Перечень лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения

MicrosoftOfficeProfessional
Microsoft Windows

6.4 Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Аудитория	Оснащение
Лекционная аудитория	Мультимедийное оборудование, специализированная мебель, доска
Учебная аудитория	Специализированная мебель, доска

Приложение
рабочей программы дисциплины Математика
наименование дисциплины

по направлению подготовки 15.03.04 Автоматизация технологических процессов и производств
наименование ОП (профиля): все профили

5.2.2 Типовые тестовые задания

№ п/п	Формулировка задания
1	<p>Дана матрица $A = \begin{pmatrix} -3 & 5 \\ 4 & -6 \end{pmatrix}$. Если $B - A = 2E$, где E — единичная матрица того же размера, что и матрица A, то матрица B равна</p> <p>а) $\begin{pmatrix} -1 & 5 \\ 4 & -4 \end{pmatrix}$, б) $\begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 4 & 4 \end{pmatrix}$, в) $\begin{pmatrix} -1 & 7 \\ 6 & -4 \end{pmatrix}$, г) $\begin{pmatrix} 0 & 5 \\ 4 & -4 \end{pmatrix}$</p>
2	<p>Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$. Тогда матрица $C = A \cdot B$ имеет вид</p> <p>а) $(5 \ 11)$, б) $\begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$, в) $\begin{pmatrix} 5 \\ 11 \end{pmatrix}$, г) $\begin{pmatrix} 3 \\ -3 \end{pmatrix}$</p>
3	<p>Система линейных уравнений $\begin{cases} 3x - y = 1 \\ 5x + \lambda y = 2 \end{cases}$ не имеет решений, если λ равно</p> <p>а) $\frac{-5}{3}$, б) $\frac{5}{3}$, в) $\frac{-3}{5}$, г) $\frac{3}{5}$</p>
4	<p>Даны вектор $\vec{AB} = (2; -6; 3)$ и точка $A(1; 2; 3)$. Тогда точка B имеет координаты:</p> <p>а) $(-1; 8; 0)$, б) $(-3; 4; -6)$, в) $(1; -8; 0)$, г) $(3; -4; 6)$</p>
5	<p>На векторах $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}$; $\vec{b} = 4\vec{j}$; $\vec{c} = 3\vec{k} - 2\vec{j}$, как на сторонах, построена пирамида. Тогда ее объем равен:</p> <p>а) 2, б) 24, в) 8, г) 4</p>
6	<p>Даны векторы $\vec{a} = (3; -1; 0)$, $\vec{b} = (2; 1; -1)$, $\vec{c} = \vec{a} + 2\vec{b}$. Тогда скалярное произведение $\vec{c} \cdot \vec{a}$ равно:</p> <p>а) 20, б) 8, в) 17, г) 12</p>
7	<p>Даны точки $A(-1, -2)$, $B(5, -3)$, $C(-4, 1)$, $D(7, 3)$. Тогда линии, заданной уравнением $x - 2y - 1 = 0$, принадлежит точка</p> <p>а) A, б) B, в) C, г) D</p>
8	<p>Дано уравнение прямой $2x + 3y - 6 = 0$. Тогда уравнение этой прямой «в</p>

	<p>отрезках» имеет вид ...</p> <p>а) $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1$, б) $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1$, в) $\frac{x}{2} - \frac{y}{3} = 1$, г) $\frac{-x}{2} + \frac{y}{3} = 1$</p>
9	<p>Уравнение окружности с центром в точке $C(-3,1)$ и радиусом $R = 2$ имеет вид</p> <p>а) $(x-3)^2 + (y+1)^2 = 4$ б) $(x+3)^2 + (y-1)^2 = 4$,</p> <p>в) $(x-3)^2 + (y+1)^2 = 2$ г) $(x+3)^2 + (y-1)^2 = 2$</p>
10	<p>Каноническое уравнение прямой, проходящей через точки $A(-1,5,-4)$ и $B(3,-1,1)$ имеет вид</p> <p>а) $\frac{x-1}{4} = \frac{y+5}{-6} = \frac{z-4}{5}$, б) $\frac{x-1}{-4} = \frac{y+5}{6} = \frac{z-4}{-5}$,</p> <p>в) $\frac{x+1}{4} = \frac{y-5}{-6} = \frac{z+4}{5}$, г) $\frac{x+1}{-4} = \frac{y-5}{6} = \frac{z+4}{-5}$,</p>
11	<p>Область определения функции $f(x) = \frac{\ln(3-x)}{x+1}$ имеет вид</p> <p>а) $(-\infty, -1) \cup (-1, +\infty)$, б) $(-\infty, -1) \cup (-1, 3)$,</p> <p>в) $(-\infty, -1) \cup (-1, (3))$, г) $(-\infty, -1) \cup (3, +\infty)$</p>
12	<p>Предел $\frac{1 - \cos 3x}{x^2}$ равен</p> <p>а) 0, б) ∞, в) 3, г) $\frac{3}{2}$</p>
13	<p>Количество точек разрыва функции $f(x) = \frac{x+2}{(x^2+16)(x^2-1)}$</p> <p>а) 2, б) 5, в) 3, г) 1</p>
14	<p>Производная функции $y = \sqrt{x} \sin x$ равна</p> <p>а) $y = \frac{1}{2\sqrt{x}} \cos x$, б) $y = \frac{1}{\sqrt{x}} \sin x + \sqrt{x} \cos x$</p> <p>в) $y = \frac{1}{2\sqrt{x}} \sin x + \sqrt{x} \cos x$, г) $y = \frac{1}{2\sqrt{x}} \sin x - \sqrt{x} \cos x$</p>
15	<p>Производная второго порядка функции $y = e^{5-2x}$ равна</p> <p>а) $4e^{5-2x}$, б) $-2e^{5-2x}$, в) e^{5-2x}, г) $4xe^{5-2x}$</p>
16	<p>Точка экстремума функции $y = e^{x^2} - 1$ равна</p>

	а) 1, б) 2, в) -1, г) 0
17	Пусть $z = 1 + i$, тогда $(1 + i)^4$ равно: а) $-2\sqrt{2}$, б) 4, в) $2\sqrt{2}$, г) -4
18	Найти значение выражения $(7 + i)(2 - i)$ а) $15 + 5i$, б) $15 - 5i$, в) $13 + 5i$, г) $13 - 5i$
19	Найти все $\sqrt[4]{1}$ а) 1, б) 1, -1 в) 1, -1, i , $-i$, г) -1
20	Множество первообразных функции $f(x) = x^3 + 6\sqrt[5]{x} - \frac{1}{x}$ имеет вид а) $3x^2 + \frac{6}{5\sqrt[5]{x^4}} + \frac{1}{x^2} + C$ б) $\frac{x^4}{4} + 5x\sqrt[5]{x} - \ln$ в) $\frac{x^4}{4} - 5x\sqrt[5]{x} + \ln(x) + C$ г) $\frac{-x^4}{4} + 5x\sqrt[5]{x} - \ln(x) + C$
21	В определенном интеграле $\int_0^{16} \frac{dx}{3 + \sqrt{x}}$ введена новая переменная $t = \sqrt{x}$. Тогда интеграл имеет вид: а) $\int_0^4 \frac{dt}{3 + t}$ б) $\int_0^4 \frac{2tdt}{3 + t}$ в) $\int_0^{16} \frac{2tdt}{3 + t}$ г) $\int_0^4 \frac{tdt}{3 + t}$
22	Частная производная $\frac{\partial z}{\partial x}$ функции $z = e^{x^2+3y}$ имеет вид а) e^{x^2+3y} , б) $(2x + 3)e^{x^2+3y}$, в) $2xe^{x^2+3y}$, г) $3e^{x^2+3y}$,
23	Частная производная второго порядка $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$ функции $z = x^2y^3 - 2xy^2 + 3$ имеет вид а) $6xy^2 - 4y$, б) $2y^3$, в) $6x^2y - 4xy$, г) $6x^2y - 4xy + 3$
24	Градиент функции $z = x^2 + y^2$ в точке (1, 2) равен а) {2, 4} б) {2, 2} в) {-2, 1} г) {1, 4}
25	Экстремум функции $z = x^2 + y^2 + 1$ достигается в точке а) (1, 1) б) (2, 2) в) (0,0) г) (-1,0)

26	<p>Общее решение дифференциального уравнения $yx dx + (1 + x^2) dy = 0$ при $y \neq 0$ имеет вид:</p> <p>а) $y = \frac{C}{\sqrt{1+x^2}}, C \neq 0$, б) $y = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$,</p> <p>в) $y = C\sqrt{1+x^2}, C \neq 0$, г) $y = \frac{C}{1+x^2}, C \neq 0$</p>
27	<p>Корни характеристического уравнения линейного однородного дифференциального уравнения равны: $k_1 = 2, k_2 = 3$. Тогда это уравнение имеет вид:</p> <p>а) $y'' + 2y' + 3y = 0$, б) $y'' - 5y' + 6y = 2x + 3$,</p> <p>в) $y'' - 5y' + 6y = 0$, г) $y'' + 5y' + 6y = 0$</p>
28	<p>Радиус сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n x^n}{2n+1}$ равен:</p> <p>а) $\frac{1}{3}$, б) 3, в) $\frac{2}{3}$, г) $\frac{3}{2}$</p>
29	<p>Ряд Тейлора для функции $y = \sin x^2$ начинается со слагаемых</p> <p>а) $x - \frac{x^3}{3!} + \dots$ б) $x^2 - \frac{x^3}{3} + \dots$ в) $x^2 - \frac{x^6}{3!} + \dots$ г) $x^2 - \frac{x^6}{3} + \dots$</p>
30	<p>Общий вид ряда Фурье для функции $y = x^3$ в на интервале $(-\pi; \pi]$ равен</p> <p>а) $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos nx$ б) $\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos nx$ в) $b_0 + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin nx$ г) $\sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin nx$</p>
31	<p>Общим решением системы дифференциальных уравнений $\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 2x + 2y \\ \frac{dy}{dt} = x + 3y \end{cases}$ будет</p> <p>а) $\begin{cases} x(t) = C_1 e^t + C_2 e^{4t} \\ y(t) = -\frac{1}{2} C_1 e^t + C_2 e^{4t} \end{cases}$ б) $\begin{cases} x(t) = C_1 e^t + C_2 e^{4t} \\ y(t) = C_1 e^t + C_2 e^{4t} \end{cases}$ в)</p> <p>$\begin{cases} x(t) = C_1 e^t - C_2 e^{4t} \\ y(t) = -C_1 e^t + C_2 e^{4t} \end{cases}$</p> <p>г) $\begin{cases} x(t) = C_1 e^t + C_2 e^{2t} \\ y(t) = -\frac{1}{2} C_1 e^t + C_2 e^{2t} \end{cases}$</p>

32	<p>Устройство состоит из трех элементов, работающих независимо. Вероятности безотказной работы этих элементов (в течение рабочего дня) равны соответственно 0,9, 0,8 и 0,7. Тогда вероятность того, что в течение рабочего дня будут работать безотказно все три элемента равна</p> <p>а) 0,72; б) 0,504; в) 0,8; г) 0,56</p>
33	<p>С первого станка на сборку поступает 45%, со второго — 55% всех деталей. Среди деталей первого станка 90% стандартных, второго — 80%. Тогда вероятность того, что взятая наудачу деталь окажется стандартной, равна</p> <p>а) 0,325; б) 0,155; в) 0,15; г) 0,845</p>
34	<p>Вероятность тог, что пассажир опоздает к отправлению поезда, равна 0,02. Найти наивероятнейшее число опоздавших к поезду из 855 пассажиров</p> <p>а) 18 б) 16 в) 17 г) 19</p>
35	<p>Каким должно быть a , чтобы функция $f(x) = \begin{cases} ax^2 & x \in [0,1] \\ 0 & x \notin [0,1] \end{cases}$ являлась плотностью вероятности случайной величины X, принимающей любые значения?</p> <p>а) 1 б) 3 в) 2 г) -1</p>
36	<p>Проводились взвешивания комплексной нити. Результаты измерений массы M (г): 62,5; 63,5; 63,2; 61,4; 62,8; 63,1. Найти оценку математического ожидания.</p> <p>а) 62,75 б) 62,5 в) 62,8 г) 63</p>

Приложение

рабочей программы дисциплины _____ Математика _____
наименование дисциплины

по направлению подготовки _15.03.04 Автоматизация технологических процессов и производств
 наименование ОП (профиля): _____ все профили _____

5.2.3 Типовые практико-ориентированные задания (задачи, кейсы)

№ п/п	Условия типовых задач (задач, кейсов)	Ответ
1	$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ Даны матрицы $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \\ 4 & 2 & 0 \end{pmatrix}$ Найти матрицу: $C = A \cdot B - 3B$	$\begin{pmatrix} 24 & 14 & 1 \\ -2 & -2 & -1 \\ 4 & 2 & 3 \end{pmatrix}$
2	Пусть дана система линейных уравнений $\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 - 6x_3 = -6 \\ 2x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 2 \\ 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = -1 \end{cases}$ Записать расширенную матрицу системы, найти ее решение методами Крамера и полного исключения	$\begin{cases} x_1 = 5, \\ x_2 = -4, \\ x_3 = 0 \end{cases}$
3	Система уравнений задана своей расширенной матрицей $\bar{A} = \begin{pmatrix} 3 & 7 & 2 & 5 \\ 2 & 5 & 3 & 8 \\ 1 & 2 & 3 & 9 \end{pmatrix}$ 1) записать систему в канонической форме 2) решить эту систему методом обратной матрицы	$\begin{cases} 3x_1 + 7x_2 + 2x_3 = 5 \\ 2x_1 + 5x_2 + 3x_3 = 8 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 9 \end{cases}$ $x_1 = 2, x_2 = -1, x_3 = 3$
4	Даны вершины пирамиды: $A(6,7,13)$, $B(2,4,6)$, $C(4,7,12)$, $Q(6,16,24)$. Средствами векторной алгебры найти: <ol style="list-style-type: none"> длину вектора BC угол ϕ между векторами BC и BQ площадь основания пирамиды ABC 	<ol style="list-style-type: none"> $BC = 7$ $\phi = \arccos \frac{76}{77}$ $\frac{\sqrt{45}}{2}$ 12

	4) объем пирамиды	
5	<p>Треугольник ABC задан своими вершинами</p> <p>$A(5,7), B(8,4), C(3,-3)$.</p> <p>Найти: 1) уравнение стороны BC (в отрезках на осях)</p> <p>2) уравнение стороны AB (в общем виде)</p> <p>3) угол между сторонами AB и BC</p> <p>4) уравнение медианы BM высоты AK</p>	$1. \frac{x}{36/7} + \frac{y}{-36/5} = 1$ $2. x + y - 2 = 0$ $3. \phi = \arctg(-6)$ $4. x - 2y = 0$ $5. 5x + 7y - 74 = 0$
6	<p>Дано уравнение кривой второго порядка.</p> <p>$4x^2 + 9y^2 = 36$.</p> <p>Определить тип кривой, найти параметры.</p>	<p>Эллипс.</p> $a = 3, b = 2, c = \sqrt{13}, e = \frac{3\sqrt{13}}{13}$
7	<p>Даны координаты точек: $A(6,7,13), B(2,4,6), C(4,7,12), D(5,16,24)$.</p> <p>Найти: 1) уравнение прямой AB в канонической форме</p> <p>2) уравнение прямой, проходящей через точку D параллельно прямой AB</p> <p>3) тупой угол между прямыми AB и AD</p> <p>4) уравнение плоскости ABC</p> <p>5) угол между прямой AD и плоскостью ABC</p>	$1. \frac{x-6}{-4} = \frac{y-7}{-3} = \frac{z-13}{-7}$ $2. \frac{x-5}{-4} = \frac{y-16}{-3} = \frac{z-24}{-7}$ $3. \phi = \arccos\left(\frac{-51}{\sqrt{15022}}\right)$ $4. 3x + 10y - 6z - 10 = 0$ $5. \phi = \arcsin\frac{6}{\sqrt{10730}}$
8	<p>Вычислить предел</p> $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 - 2x^2 + 3}{2x^3 + 4x - 5}$	$\frac{2}{3}$
9	<p>Вычислить предел</p> $\lim_{x \rightarrow 0} \operatorname{ctg}^3 x (\cos^2 x - \cos^3 x)$	∞
10	<p>Найти точки разрыва функции. Сделать чертеж.</p> $y = \begin{cases} x, & x \neq -2 \\ 4 - x^2, & -2 < x < 0 \\ 4 - x, & x > 0 \end{cases}$	$x = -2$

11	Найти производные функций: $y = \frac{\cos x}{1 - \sin x}$, 1. $y = 4 \cos^3 x$, 2. $y = e^{(1 + \sqrt[3]{x})^2}$, 3.	$1. y' = \frac{1}{1 - \sin x}$ $2. y' = -12 \cos^2 x \sin x$ $3. y' = \frac{2(1 + \sqrt[3]{x})e^{(1 + \sqrt[3]{x})^2}}{3 \sqrt[3]{x^2}}$
12	Найти предел, используя правило Лопиталя $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \sin x}{\ln \sin 5x}$	1
13	Даны комплексные числа: $z_1 = 4 + 5i$ и $z_2 = 3 - 2i$. Найти $z_1 \cdot z_2$, $\frac{z_1}{z_2}$.	$22 + 7i$; $\frac{3}{13} + \frac{23}{13}i$
14	Найти $\sqrt[3]{1+i}$	$z_1 = \sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{12} + i \sin \frac{\pi}{12} \right)$ $z_2 = \sqrt{2} \left(\cos \frac{3\pi}{4} + i \sin \frac{3\pi}{4} \right)$ $z_3 = \sqrt{2} \left(\cos \frac{17\pi}{12} + i \sin \frac{17\pi}{12} \right)$
15	Вычислить интегралы: 1. $\int \frac{e^{\arctg x}}{1+x^2} dx$, 2. $\int (2x-7) \cos 3x dx$, 3. $\int \frac{x dx}{(x+1)(x^2+1)}$	$1. e^{\arctg x} + C$ $2. \left(\frac{2x}{3} - \frac{7}{3} \right) \sin 3x + \frac{2}{9} \cos 3x + C$ $3. -\frac{1}{2} \ln(1+x) + \frac{1}{4} \ln(1+x^2) + \frac{1}{2} \arctg x + C$
16	Вычислить интеграл: $\int_2^{\sqrt{8}} \frac{\sqrt{x^2-4}}{x} dx$	$2 - \frac{\pi}{2}$
17	Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = \frac{5}{x}$ и $x + y = 6$. Сделать чертеж.	$12 - 5 \ln 5$
18	$z = \ln \frac{x}{y}$. Проверить, что $\frac{\partial z}{\partial x} \cdot x + \frac{\partial z}{\partial y} \cdot y = 0$.	Это правильно
19	Исследовать функцию на экстремум: $z = x^2 + 4y^2 - 2xy + 2x + 4$	Точка $\left(-\frac{4}{3}, -\frac{1}{3} \right)$ является точкой минимума данной функции

20	Решить уравнение: $x\sqrt{1-y^2}dx + y\sqrt{1-x^2}dy = 0$	$\sqrt{1-y^2} = -\sqrt{1-x^2} + C$
21	Найти решение уравнения $y' - \frac{2}{x}y = x$ удовлетворяющее начальным условиям $(y)_{x=1} = 2$.	$y = x^2 (\ln(x) + C)$
22	Найти частное решение уравнения, удовлетворяющего указанным начальным условиям: $y'' - 5y' + 4y = 0, (y)_{x=0} = 5, (y')_{x=0} = 8$	$y = 4e^x + e^{4x}$
23	Найти общее решение уравнения: $y'' - y = xe^{-x}$.	$y = C_1e^x + C_2e^{-x} + \frac{1}{2}x\left(1 - \frac{x}{2}\right)e^{-x}$
24	Решить систему $\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 2x + 2y \\ \frac{dy}{dt} = x + 3y \end{cases}$	$\begin{cases} x(t) = C_1e^t + C_2e^{4t} \\ y(t) = -\frac{1}{2}C_1e^t + C_2e^{4t} \end{cases}$
25	Исследовать ряд на сходимость: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^3} = \frac{1}{1^3} + \frac{2!}{2^3} + \frac{3!}{3^3} + \dots + \frac{n!}{n^3} + \dots$	Ряд расходится
26	Найти интервал и радиус сходимости ряда: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n+1} = \frac{1}{2} \cdot x + \frac{1}{3} \cdot x^2 + \dots + \frac{1}{n+1} x^n + \dots$	$R = 1$ $(-1, 1)$
27	Разложить в ряд Фурье функцию $f(x) = \begin{cases} \pi - 2x, & -\pi < x < 0 \\ \pi, & 0 \leq x \leq \pi \end{cases}$	$f(x) = \frac{\pi}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{2}{\pi}((-1)^k - 1)\cos kx + \frac{2}{k}(-1)^k \sin kx \right)$
28	Решите задачу: из колоды в 36 карт выбирают две. Какова вероятность того, что это: а) две дамы; б) два короля; в) дама и король в указанном порядке	а) $\frac{1}{105}$ б) $\frac{1}{105}$ в) $\frac{8}{315}$
29	Решите задачу. Три охотника стреляют в цель. Вероятность попадания в цель для первого охотника равна 0.7, для второго — 0.8, для третьего — 0.5. Найти вероятность того, что: а) все трое попадут	а) 0,28 б) 0,97 в) 0,47

	в цель; б) попадет хотя бы один; в) попадут ровно двое.													
30	<p>Написать закон распределения исправных приборов, если всего приборов 3, а вероятность для каждого из них быть исправным 0,9.</p> <p>Найти математическое ожидание числа исправных приборов</p>	<table border="1"> <tr> <td>X</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td>P</td> <td>0,001</td> <td>0,027</td> <td>0,243</td> <td>0,729</td> </tr> </table> <p style="text-align: center;">$M = 2,7$</p>	X	0	1	2	3	P	0,001	0,027	0,243	0,729		
X	0	1	2	3										
P	0,001	0,027	0,243	0,729										
31	<p>Определить среднее квадратическое отклонение случайной ошибки прибора, если ошибка подчиняется нормальному закону распределения с математическим отклонением, равным нулю, а вероятность того, что ошибка лежит в пределах ± 21 мм равна 0,997.</p>	7 мм												
32	<p>Найти по заданному вариационному ряду выборки выборочное среднее \bar{x}, выборочную дисперсию σ^2 и исправленную выборочную дисперсию S^2.</p> <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <tr> <td>x_i</td> <td>5</td> <td>10</td> <td>15</td> <td>20</td> <td>25</td> </tr> <tr> <td>n_i</td> <td>1</td> <td>5</td> <td>20</td> <td>14</td> <td>10</td> </tr> </table>	x_i	5	10	15	20	25	n_i	1	5	20	14	10	<p style="text-align: center;">$\bar{x} = 17.7$ $\sigma^2 = 24.21$ $S^2 = 24.70$</p>
x_i	5	10	15	20	25									
n_i	1	5	20	14	10									