

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

«Санкт-Петербургский государственный университет промышленных технологий и дизайна»

УТВЕРЖДАЮ

Первый проректор, проректор по учебной работе

_____ А.Е. Рудин

«30» июня 2020 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.В.03

Математические основы теории систем

Кафедра: **2** Полиграфического оборудования и управления

Направление подготовки: **15.03.02** Технологические машины и оборудование

Профиль подготовки: Полиграфические машины и автоматизированные комплексы

Уровень образования: **Бакалавриат**

План учебного процесса

| Составляющие учебного процесса | | Очное обучение | Очно-заочное обучение | Заочное обучение |
|---|--------------------------|----------------|-----------------------|------------------|
| Контактная работа обучающихся с преподавателем по видам учебных занятий и самостоятельная работа обучающихся (часы) | Всего | 108 | | |
| | Аудиторные занятия | 51 | | |
| | Лекции | 34 | | |
| | Лабораторные занятия | | | |
| | Практические занятия | 17 | | |
| | Самостоятельная работа | 57 | | |
| | Промежуточная аттестация | | | |
| Формы контроля по семестрам (номер семестра) | Экзамен | | | |
| | Зачет | 4 | | |
| | Контрольная работа | | | |
| | Курсовой проект (работа) | | | |
| Общая трудоемкость дисциплины (зачетные единицы) | | 3 | | |

| Форма обучения: | Распределение зачетных единиц трудоемкости по семестрам | | | | | | | | | | | |
|-----------------|---|---|---|----------|---|---|---|---|---|----|----|----|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| Очная | | | | 3 | | | | | | | | |
| Очно-заочная | | | | | | | | | | | | |
| Заочная | | | | | | | | | | | | |

Санкт-Петербург
2020

Рабочая программа дисциплины составлена в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования по направлению подготовки 15.03.02 «Технологические машины и оборудование», профиль «Полиграфические машины и автоматизированные комплексы»

На основании учебного плана № 1/1/280

1. ВВЕДЕНИЕ К РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЕ ДИСЦИПЛИНЫ

1.1. Место преподаваемой дисциплины в структуре образовательной программы

Блок 1: Базовая Обязательная Дополнительно
 Вариативная По выбору является факультативом

1.2. Цель дисциплины

Сформировать компетенции обучающегося в области математических методов, используемых для описания моделей, анализа свойств и синтеза систем управления техническими объектами.

1.3. Задачи дисциплины

- Рассмотреть основы линейного программирования, преобразования Лапласа и Фурье.
- Раскрыть принципы линейной алгебры и матричного исчисления, а так же основных приемов оптимизации функционалов.
- Показать основные средства пакета.

1.4. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

| Код компетенции | Формулировка компетенции | Этап формирования |
|--|--|-------------------|
| ПК-2 | Обладает умением моделировать технические объекты и технологические процессы с использованием стандартных пакетов и средств автоматизированного проектирования, готовностью проводить эксперименты по заданным методикам с обработкой и анализом результатов | Первый этап |
| Знать: Математические методы исследования при изучении и проектировании систем автоматического управления полиграфическим оборудованием. Уметь: Ориентироваться в различного рода преобразованиях и оптимизации функционалов. Владеть: Навыками решения практических задач автоматизации. | | |

1.5. Дисциплины (практики) образовательной программы, в которых было начато формирование компетенций, указанных в п.1.4:

- Математика (ПК-2).
- Математические методы инженерии (ПК-2).

2. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

| Наименование и содержание учебных модулей, тем и форм контроля | Объем (часы) | | |
|---|----------------|-----------------------|------------------|
| | очное обучение | очно-заочное обучение | заочное обучение |
| Учебный модуль 1. Линейное пространство | | | |
| Тема 1. Элементы теории множеств. Определение множества. Понятие мощности множества. Действия над множествами. | 4 | | |
| Тема 2. Матрицы и действия над ними. Определение. Виды матриц. Действия над матрицами. Обратная матрица. Псевдообратная матрица. Функции от матрицы. Использование пакета Matlab. | 6 | | |
| Тема 3. Линейное пространство. Определение. Линейная зависимость и линейная независимость элементов, базис линейного пространства. Подпространства линейного пространства. Переход от одного базиса к другому. Использование пакета Matlab. | 8 | | |

| Наименование и содержание учебных модулей, тем и форм контроля | Объем (часы) | | |
|---|----------------|-----------------------|------------------|
| | очное обучение | очно-заочное обучение | заочное обучение |
| Тема 4. Евклидово пространство. Скалярное произведение. Норма вектора. Ортогональные элементы. Использование пакета Matlab | 6 | | |
| Текущий контроль 1 Устный опрос | 2 | | |
| Учебный модуль 2. Операторы в линейном пространстве | | | |
| Тема 5. Линейные операторы. Определение, действия над линейными операторами. Ядро и образ оператора. Матрица линейного оператора, переход от одного базиса к другому. Характеристическое уравнение и характеристические числа. Норма линейного оператора. Использование пакета Matlab. | 8 | | |
| Тема 6. Матричные уравнения. Понятие о матричном уравнении. Уравнение Ляпунова и Сильвестра. Методы решения матричных уравнений. Использование пакета Matlab. | 6 | | |
| Тема 7. Квадратичные формы. Квадратичные формы. Определение, положительно определенные квадратичные формы. | 6 | | |
| Тема 8. Линейные векторные дифференциальные и разностные уравнения. Линейные векторные дифференциальные и разностные уравнения. Определение, решение системы дифференциальных уравнений. Матричная экспонента. Численное решение дифференциальных уравнений. Матричные разностные уравнения. Решение разностных уравнений. Использование пакета Matlab. | 8 | | |
| Тема 9. Основные понятия теории функций комплексной переменной. Основные понятия теории функций комплексной переменной. Функция комплексной переменной, ряд Лорана, понятие вычета функций, вычисление интеграла от функции комплексной переменной. Использование пакета Matlab | 6 | | |
| Тема 10. Преобразование Лапласа и Фурье. Прямое и обратное преобразование Лапласа, его свойства и вычисление, прямое и обратное преобразование Фурье, понятие о многомерном преобразовании Фурье. Использование пакета Matlab. | 6 | | |
| Текущий контроль 2. Устный опрос. | 2 | | |
| Учебный модуль 3. Элементы математического программирования | | | |
| Тема 11. Элементы линейного программирования. Использование пакета Matlab. Элементы линейного программирования. Использование пакета Matlab. | 6 | | |
| Тема 12. Методы вычисления экстремума функционалов. Экстремум алгебраического функционала без ограничений. Экстремум алгебраического функционала с ограничениями, уравнение Эйлера. Экстремум интегрального функционала без ограничений. Экстремум. Использование пакета Matlab. | 8 | | |
| Тема 13. Численные методы поиска экстремума. Постановка задачи численного поиска экстремума. Основные методы поиска экстремума: Гаусса - Зайделя, наискорейшего спуска, Ньютона, Нелдера -Мида. Использование пакета Matlab. | 6 | | |
| Текущий контроль 3. Проверочное задание | 2 | | |
| Промежуточная аттестация по дисциплине Зачет | 18 | | |
| ВСЕГО: | 108 | | |

3. ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН

3.1. Лекции

| Номера изучаемых тем | Очное обучение | | Очно-заочное обучение | | Заочное обучение | |
|----------------------|----------------|--------------|-----------------------|--------------|------------------|--------------|
| | Номер семестра | Объем (часы) | Номер семестра | Объем (часы) | Номер семестра | Объем (часы) |
| 1 | 4 | 2 | | | | |
| 2 | 4 | 2 | | | | |
| 3 | 4 | 4 | | | | |
| 4 | 4 | 2 | | | | |
| 5 | 4 | 4 | | | | |
| 6 | 4 | 2 | | | | |
| 7 | 4 | 2 | | | | |

| Номера изучаемых тем | Очное обучение | | Очно-заочное обучение | | Заочное обучение | |
|----------------------|----------------|--------------|-----------------------|--------------|------------------|--------------|
| | Номер семестра | Объем (часы) | Номер семестра | Объем (часы) | Номер семестра | Объем (часы) |
| 8 | 4 | 4 | | | | |
| 9 | 4 | 2 | | | | |
| 10 | 4 | 4 | | | | |
| 11 | 4 | 2 | | | | |
| 12 | 4 | 2 | | | | |
| 13 | 4 | 2 | | | | |
| ВСЕГО: | | 34 | | | | |

3.2. Практические и семинарские занятия

| Номера изучаемых тем | Наименование и форма занятий | Очное обучение | | Очно-заочное обучение | | Заочное обучение | |
|----------------------|--|----------------|--------------|-----------------------|--------------|------------------|--------------|
| | | Номер семестра | Объем (часы) | Номер семестра | Объем (часы) | Номер семестра | Объем (часы) |
| 2 | Матрицы и действия над ними. Использование пакета Matlab. | 4 | 2 | | | | |
| 3 | Линейные пространства. Использование пакета Matlab. | 4 | 2 | | | | |
| 5 | Линейные операторы. Использование пакета Matlab. | 4 | 2 | | | | |
| 6 | Матричные уравнения. Использование пакета Matlab. | 4 | 2 | | | | |
| 8 | Линейные векторные дифференциальные и разностные уравнения. Использование пакета Matlab. | 4 | 2 | | | | |
| 9 | Вычисление интегралов от функции комплексной переменной. Использование пакета Matlab. | 4 | 2 | | | | |
| 10 | Вычисление изображения по оригиналу и обратная задача. Использование пакета Matlab. | 4 | 2 | | | | |
| 12 | Методы вычисления экстремума функционалов. Использование пакета Matlab. | 4 | 2 | | | | |
| 13 | Решение примеров на экстремальные задачи. Принцип действия СЭР. Использование пакета Matlab. | 4 | 1 | | | | |
| ВСЕГО: | | | 17 | | | | |

3.3. Лабораторные занятия

не предусмотрены

4. КУРСОВОЕ ПРОЕКТИРОВАНИЕ

Не предусмотрено.

5. ТЕКУЩИЙ КОНТРОЛЬ УСПЕВАЕМОСТИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ

| Номера учебных модулей, по которым проводится контроль | Форма контроля знаний | Очное обучение | | Очно-заочное обучение | | Заочное обучение | |
|--|-----------------------|----------------|--------|-----------------------|--------|------------------|--------|
| | | Номер семестра | Кол-во | Номер семестра | Кол-во | Номер семестра | Кол-во |
| 1 | Устный опрос | 4 | 1 | | | | |
| 2 | Устный опрос | 4 | 1 | | | | |
| 3 | Проверочное задание | 4 | 1 | | | | |

6. САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА ОБУЧАЮЩЕГОСЯ

| Виды самостоятельной работы обучающегося | Очное обучение | | Очно-заочное обучение | | Заочное обучение | |
|--|----------------|--------------|-----------------------|--------------|------------------|--------------|
| | Номер семестра | Объем (часы) | Номер семестра | Объем (часы) | Номер семестра | Объем (часы) |
| Усвоение теоретического материала | 4 | 29 | | | | |
| Подготовка к практическим занятиям | 4 | 20 | | | | |
| Подготовка к зачету | 4 | 18 | | | | |
| ВСЕГО: | | 57 | | | | |

7. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

7.1. Характеристика видов и используемых инновационных форм учебных занятий

| Наименование видов учебных занятий | Используемые инновационные формы | Объем занятий в инновационных формах (часы) | | |
|------------------------------------|---|---|-----------------------|------------------|
| | | очное обучение | очно-заочное обучение | заочное обучение |
| Лекции | Разбор конкретных ситуаций. Лекция – презентация. | 9 | | |
| Практические и семинарские занятия | Опрос – коллоквиум. Поиск вариантов решения проблемных ситуаций | 9 | | |
| ВСЕГО: | | 18 | | |

7.2. Балльно-рейтинговая система оценивания успеваемости и достижений обучающихся

Перечень и параметры оценивания видов деятельности обучающегося

| № п/п | Вид деятельности обучающегося | Весовой коэффициент значимости, % | Критерии (условия) начисления баллов |
|-------|---|-----------------------------------|--|
| 1 | Аудиторная активность: посещение лекций, практических занятий, прохождение текущего контроля. | 30 | - Посещение лекций и практических занятий – 2 балла за каждое занятие (всего 25 занятий, максимум 50 баллов). - 10 балла за каждый правильный ответ на вопрос текущего устного опроса (всего 2 опроса, в каждом по 2 вопроса), максимум 40 баллов. - 10 баллов за выполнение проверочного задания. |
| 2 | Выполнение практических работ и презентация результатов | 30 | - Выполнение практических работ и своевременная сдача отчета – 10 баллов за каждое занятие (всего в семестре 4 занятия, максимум 40 баллов). - Презентация каждой практической работы - 4 работы по 15 баллов, максимум – 60 баллов. |
| 3 | Сдача зачета | 40 | - Ответ на теоретический вопрос, максимум 50 баллов - Выполнение практического задания (1 задание) максимум 50 баллов. |

Итого (%): 100

Перевод балльной шкалы в традиционную систему оценивания

| Баллы | Оценка по нормативной шкале | |
|----------|-----------------------------|------------|
| 86 - 100 | 5 (отлично) | Зачтено |
| 75 – 85 | 4 (хорошо) | |
| 61 – 74 | | |
| 51 - 60 | | |
| 40 – 50 | 3 (удовлетворительно) | Не зачтено |
| 17 – 39 | 2 (неудовлетворительно) | |
| 1 – 16 | | |
| 0 | | |

8. ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

8.1. Учебная литература

а) основная учебная литература

1. Аверченков В.И. Основы математического моделирования технических систем [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Аверченков В.И., Федоров В.П., Хейфец М.Л.— Электрон. текстовые данные.— Брянск: Брянский государственный технический университет, 2012.— 271 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/7003>.— ЭБС «IPRbooks».
2. Мишин В.М. Исследование систем управления (2-е издание) [Электронный ресурс]: учебник для вузов/ Мишин В.М.— Электрон. текстовые данные.— М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2015.— 527 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/52477>.— ЭБС «IPRbooks».

б) дополнительная учебная литература

3. Казиев В.М. Введение в анализ, синтез и моделирование систем [Электронный ресурс]/ Казиев В.М.— Электрон. текстовые данные.— М.: Интернет-Университет Информационных Технологий (ИНТУИТ), 2016.— 270 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/52188>.— ЭБС «IPRbooks».
4. Жуков Б.М. Исследование систем управления [Электронный ресурс]: учебник/ Жуков Б.М., Ткачева Е.Н.— Электрон. текстовые данные.— М.: Дашков и К, 2014.— 207 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/35289>.— ЭБС «IPRbooks».

8.2. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

Блинков Ю.В. Основы теории информационных процессов и систем [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Блинков Ю.В.— Электрон. текстовые данные.— Пенза: Пензенский государственный университет архитектуры и строительства, ЭБС АСВ, 2011.— 184 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/23103>.— ЭБС «IPRbooks»

8.3. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины

1. Информационная система «Единое окно доступа к образовательным ресурсам» [Электронный ресурс]. URL: <http://window.edu.ru/>

8.4. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

Программное обеспечение: пакет прикладных программ MATLAB для инженерных и научных вычислений и моделирования, программа подготовки презентаций PowerPoint, входящая в состав Microsoft Office, программа для работы с электронными таблицами Excel, входящая в состав Microsoft Office, программа для работы с текстовыми документами Word. Microsoft Office Professional Plus 2007 Academic OPEN No Level, Microsoft Open License; Matlab R2009a; Microsoft Windows 7.

8.5. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Лаборатория компьютерной графики и проектирования, оснащенная видеопроектором с экраном, компьютерами и пр.

8.6. Иные сведения и (или) материалы

Материал лекций представлен в виде презентации.

9. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

| Виды учебных занятий и самостоятельная работа обучающихся | Организация деятельности обучающегося |
|---|---|
| Лекции | <p>Лекции обеспечивают теоретическое изучение дисциплины. На лекции излагается основное содержание курса, иллюстрируемое конкретными примерами; обеспечивают изучение основных понятий специальных. Проработка лекционного материала обучающимися предполагает следующие виды работ:</p> <ul style="list-style-type: none">• проработка рабочей программы в соответствии с целями и задачами, структурой и содержанием дисциплины;• конспект лекций: кратко, схематично, последовательно фиксировать основные положения, выводы и формулировки; помечать важные мысли, выделять ключевые слова, термины.• работа с теоретическим материалом (конспектирование источников): найти ответ на вопросы в рекомендуемой литературе. <p>Если самостоятельно не удается разобраться в материале, необходимо сформулировать вопрос и задать преподавателю на консультации или на практическом занятии.</p> |
| Практические занятия | <p>Овладение практическими навыками использования теоретических положений курса; обучающиеся работают с конкретными ситуациями, овладевают навыками сбора, анализа и обработки информации для принятия самостоятельных решений; навыками подготовки информационных обзоров и аналитических отчетов по соответствующей тематике.</p> <p>Подготовка к практическим занятиям предполагает следующие виды работ:</p> <ul style="list-style-type: none">• подготовка ответов к контрольным вопросам,• работа с конспектом лекций;• просмотр рекомендуемой литературы, работа с текстом. <p>прослушивание аудио- и видеозаписей по теме.</p> |
| Самостоятельная работа | <p>Данный вид работы предполагает расширение и закрепление знаний, умений и навыков, усвоенных на аудиторных занятиях путем самостоятельной проработки учебно-методических материалов по дисциплине и другим источникам информации. Самостоятельная работа выполняется индивидуально, а также может проводиться под руководством (при участии) преподавателя.</p> <p>Следует предварительно изучить методические указания по выполнению самостоятельной работы.</p> <p>При подготовке к зачету необходимо ознакомиться с демонстрационным вариантом задания (перечнем вопросов), проработать конспекты лекций и практических занятий, рекомендуемую литературу, получить консультацию у преподавателя.</p> |

10. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

10.1. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

10.1.1. Показатели оценивания компетенций на этапах их формирования

| Код компетенции / этап освоения | Показатели оценивания компетенций | Наименование оценочного средства | Представление оценочного средства в фонде |
|---------------------------------|---|--|--|
| ПК-2 / этап первый | <p>Излагает основы линейного программирования, преобразования Лапласа и Фурье.</p> <p>Использует принципы линейной алгебры и матричного исчисления, а также основные приемы оптимизации функционалов.</p> | <p>Вопросы для устного собеседования.</p> <p>Решение практических задач.</p> | <p>Перечень вопросов (26 вопросов). Сборник практических заданий.</p> <p>Сборник</p> |

| Код компетенции / этап освоения | Показатели оценивания компетенций | Наименование оценочного средства | Представление оценочного средства в фонде |
|---------------------------------|---|----------------------------------|---|
| | Реализует математические модели профессиональных задач в прикладных программных пакетах и содержательно интерпретировать полученные результаты. | Решение практических задач. | практических заданий |

10.1.2. Описание шкал и критериев оценивания сформированности компетенций

Критерии оценивания сформированности компетенций

| Баллы | Оценка по традиционной шкале | Критерии оценивания сформированности компетенций |
|----------|------------------------------|--|
| | | Устное собеседование |
| 40 – 100 | Зачтено | Обучающийся своевременно выполнил практические работы и представил результаты в форме презентации (Microsoft Office Power Point); возможно допуская несущественные ошибки в ответе на вопросы преподавателя. Учитываются баллы, накопленные в течение семестра. |
| 0 – 39 | Не зачтено | Обучающийся не выполнил (выполнил частично) практические работы, не представил результаты в форме презентации (Microsoft Office Power Point); допустил существенные ошибки в ответе на вопросы преподавателя. Не учитываются баллы, накопленные в течение семестра. |

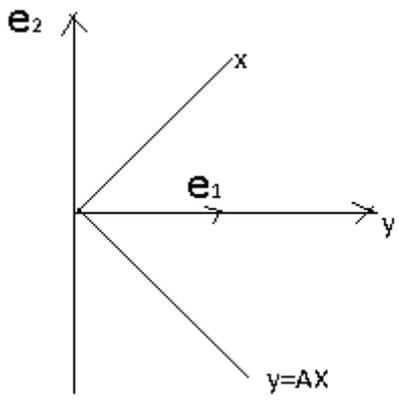
10.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие этапы формирования компетенций

10.2.1. Перечень вопросов (тестовых заданий), разработанный в соответствии с установленными этапами формирования компетенций

| № п/п | Формулировка вопросов | № темы |
|-------|--|--------|
| 1 | Что называется множеством? Привести конкретные примеры. | 1 |
| 2 | Рассказать о пересечении, объединении разных множеств | 1 |
| 3 | Какие матрицы называются сцепленными? Привести конкретные примеры. | 2 |
| 4.. | Назвать аналог обратной матрицы для прямоугольной матрицы | 2 |
| 5 | Что называется базисом линейного пространства? | 3 |
| 6 | Как связаны координаты вектора в разных базисах? Привести конкретные примеры. | 3 |
| 7 | Скалярное произведение в линейном пространстве | 4 |
| 8 | Что называется нормой вектора? | 4 |
| 9 | Назвать основные свойства линейного оператора | 5 |
| 10 | Как связаны матрицы линейного оператора в разных базисах? | 5 |
| 11 | Какой оператор матлаба используется для решения уравнения Фурье? | 6 |
| 12 | Что такое уравнение Ляпунова? | 6 |
| 13 | Что такое положительно определенная квадратичная формула? | 7 |
| 14 | Каким свойством должна обладать матрица квадратичной формулы? | 7 |
| 15 | Решение линейного матричного дифференциального уравнения | 8 |
| 16 | Решение линейного матричного разностного уравнения | 8 |
| 17 | Решение линейного матричного дифференциального уравнения | 9 |
| 18 | Решение линейного матричного разностного уравнения | 9 |
| 19 | Основные свойства линейности преобразования Лапласа | 10 |
| 20 | При помощи какого оператора Лапласа вычисляется преобразование Фурье? | 10 |
| 21 | Сформулируйте каноническую задачу линейного программирования | 11 |
| 22 | Симплекс-метод решения задач линейного программирования | 11 |
| 23 | Нахождение экстремума алгебраического функционала при ограничении типа равенства | 12 |
| 24 | Условие экстремума интегрального функционала без ограничений | 12 |
| 25 | В чем заключается метод Гаусса-Зайделя? | 13 |
| 26 | Рассказать метод наискорейшего спуска. | 13 |

Вариант типовых заданий (задач, кейсов), разработанных в соответствии с установленными этапами формирования компетенций

| № п/п | Условия типовых задач (задач, кейсов) | Ответ |
|-------|---|---------------|
| 1 | Тема 1. Сколько элементов в множестве M всех целых чисел, квадраты которых отрицательны? | $M=\emptyset$ |

| | | |
|---|---|---|
| 2 | <p>Тема 2.</p> <p>Найти A^3, если $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$</p> | $A^3 = \begin{bmatrix} 13 & -14 \\ 21 & -22 \end{bmatrix}$ |
| 3 | <p>Тема 3.</p> <p>В линейном пространстве T_4 даны элементы:</p> $y_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}, y_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, y_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}, y_4 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}, x = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix};$ <p>а) Показать, что элементы y_1, y_2, y_3, y_4 образуют базис; б) найти координаты x в этом базисе.</p> | <p>а) Необходимо проверить существование отличных от нуля чисел a_1, a_2, a_3, a_4 таких, что $a_1y_1 + a_2y_2 + a_3y_3 + a_4y_4 = 0$.</p> <p>Это проверяется посредством решения соответствующей системы уравнений. Получаем $a_1 = a_2 = a_3 = a_4 = 0$, следовательно, элементы y_1, y_2, y_3, y_4 линейно-независимы и могут быть использованы в качестве базиса.</p> <p>б) В базисе (y_1, y_2, y_3, y_4) элемент x имеет вид</p> $\bar{x} = [0,25 \quad 0,25 \quad 0,5 \quad 0,5]^T$ |
| 4 | <p>Тема 4.</p> <p>Заданы два элемента евклидова пространства E_4:</p> <p>а) $x_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}, x_2 = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ -3 \\ 1 \end{bmatrix};$</p> <p>б) $x_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ -3 \end{bmatrix}, x_2 = \begin{bmatrix} -4 \\ 1 \\ 5 \\ 0 \end{bmatrix}.$</p> <p>1) Проверить, что эти элементы ортогональны; 2) найти элемент, ортогональный двум элементам.</p> | <p>1. а) $(x_1, x_2) = 2 - 2 - 3 + 3 = 0;$ б) $(x_1, x_2) = -4 - 1 + 5 + 0 = 0.$</p> <p>2. а) $x_3: (x_1, x_3) = 0$ и $(x_2, x_3) = 0$, следовательно:</p> $\begin{cases} x_3^1 - 2x_3^2 + x_3^3 + 3x_3^4 = 0, \\ 2x_3^1 + x_3^2 - 3x_3^3 + x_3^4 = 0, \end{cases}$ <p>Откуда $x_3^1 = x_3^3 - x_3^4, x_3^2 = x_3^3 + x_3^4, x_3^3 \neq 0, x_3^4 = 0.$</p> |
| 5 | <p>Тема 5.</p> <p>Найти матрицу оператора A, задающего зеркальное отображение координат вектора x относительно прямой y</p>  | <p>Выберем в качестве базиса вектора e_1 и e_2 такие, что e_1 совпадает с g а e_2 – перпендикулярен g. Тогда:</p> $Ae_1 = e_1 = 1 \cdot e_1 + 0 \cdot e_2,$ $Ae_2 = -e_2 = 0 \cdot e_1 - 1 \cdot e_2.$ <p>Следовательно: $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}.$</p> |
| 6 | <p>Тема 6.</p> <p>Найти псевдорешение уравнения: $2x_1 + x_2 = 3.$</p> | <p>В данном случае $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \end{bmatrix}$ и $b = 3$. Выбирая $B = \begin{bmatrix} 1 \end{bmatrix},$ имеем $C = \begin{bmatrix} 2 & 1 \end{bmatrix}^T$ и</p> |

| | | |
|----|--|--|
| | | $A^+ = [2/5 \quad 1/5]^T$. Тогда $x_0 = A^+b = [6/5 \quad 3/5]^T$. |
| 7 | Тема 7. Записать квадратичную форму, если ее матрица имеет вид: a) $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ b) $A = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 22 \\ 2 & -1 & 3 \\ 22 & 3 & 2 \end{bmatrix}$. | a) $J(x) = x^T Ax = 2x_1^2 + 6x_1x_2 + 4x_2^2$; b) $J(x) = x^T Ax = 4x_1x_2 + 44x_1x_3 - x_2^2 + 6x_2x_3 + 2x_3^2$ |
| 8 | Тема 8. Найти $P(A)$, если $p(t) = t^3 - 7t^2 + 15t - 5$ и $A = \begin{bmatrix} 5 & 2 & -3 \\ 1 & 3 & -1 \\ 2 & 2 & -1 \end{bmatrix}$. | $\det(tI - A) = t^3 - 7t^2 + 13t - 5$. Следовательно: $p(t) = \det(tI - A) + 2t$, $r(t) = 2t$ и $p(A) = r(A) = 2A$. |
| 9 | Тема 9. Найти вычет следующей функции в точке $s = 1$: $f(s) = \frac{s+2}{(s-1)^2(s+3)}$. | $\operatorname{Res}_1 f(s) = \lim_{s \rightarrow 1} \frac{d}{ds} \frac{(s-1)^2(s+2)}{(s-1)^2(s+3)} = \lim_{s \rightarrow 1} \frac{d}{ds} \frac{s+2}{s+3} = \frac{1}{16}$. |
| 10 | Тема 10. a) $\frac{1}{2\pi j} \int_{c-j\infty}^{c+j\infty} \frac{s+1}{(s-2)(s+3)} e^{st} ds$; Вычислить: b) $\frac{1}{2\pi j} \int_{c-j\infty}^{c+j\infty} \frac{e^{st}}{s^2} d$. | a) $\frac{3}{5} e^{2t} + \frac{2}{5} e^{-3t}$; b) t . |
| 11 | Тема 11. В задаче об ассортименте выпускаемой продукции заданы следующие числовые характеристики: $c_1 = 20$; $c_2 = 30$; $c_3 = 40$; $a_{11} = a_{12} = a_{13} = 1$; $a_{21} = 2$; $a_{22} = 3$; $a_{23} = 4$; $a_{31} = 3$; $a_{32} = 2$; $a_{33} = 3$; $b_1 = 60$; $b_2 = 90$; $b_3 = 120$. найти количество x_1, x_2, x_3 выпускаемых продуктов Π_1, Π_2, Π_3 , максимизирующее прибыль. | Приводим задачу к основной задаче линейного программирования. $\begin{cases} x_4 = 60 - x_1 - x_2 - x_3, \\ x_5 = 90 - 2x_1 - 3x_2 - 4x_3, \\ x_6 = 120 - 3x_1 - 2x_2 - 3x_3, \end{cases}$ $F_1 = -F = -20x_1 - 30x_2 - 40x_3$ Применяя симплекс-метод, приходим к выводу, что оптимальных решений бесконечно много, например, $x_5=0, x_6=0, x_3=0, x_1=36, x_2=6$ при этом $F=900$, или $x_5=x_6=0, x_1=35, x_2=0, x_3=5$, при этом $F=900$, или $x_5=x_6=0, x_1=35,5; x_2=3, x_3=2,5$; при этом $F=900$ и т.д. |
| 12 | Тема 12. Найти условный экстремум a) $f(x) = x_1x_2$ при $x_1^2 + x_2^2 = 1$; б) $v(x) = x_1x_2x_3$ при $x_1 + x_2 + x_3 = 5$ и $x_1x_2 + x_2x_3$ | a) $f_1(\lambda, x) = x_1x_2 + \lambda(x_1^2 + x_2^2 - 1)$. |

| | | |
|----|---|---|
| | $+x_1 \quad x_3 = 8;$ в) $w(x) = e^{x_1 x_2}$ при $x_1 + x_2 = a$. | $\frac{af_1}{ax_1} = 0 \text{ и } \frac{af_1}{ax_2} = 0: \begin{cases} x_2 + 2x_1\lambda = 0, \\ x_1 + 2x_2\lambda = 0, \\ x_1^2 + x_2^2 - 1 = 0. \end{cases}$ $f_{\min} = -0,5 \quad \text{при} \quad x_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}, x_2 = \frac{-1}{\sqrt{2}} \quad \text{и}$ $x_1 = \frac{-1}{\sqrt{2}}, x_2 = \frac{1}{\sqrt{2}};$ $f_{\max} = 0,5 \quad \text{при} \quad x_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}, x_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad \text{и}$ $x_1 = \frac{-1}{\sqrt{2}}, x_2 = \frac{-1}{\sqrt{2}}.$ |
| 13 | Тема 13. Найти экстремаль функционала а) $I(x) = \int_0^1 x^2 \delta t; x(0) = 1; x(1) = 6$, при условии $\int_0^1 x \delta t = 3;$ б) $I(x) = \int_0^1 (t^2 + x^2) \delta t; x(0) = 0; x(1) = 0$, при условии $\int_0^1 x^2 \delta t = 2$. | $a) \tilde{L} = \dot{x}^2 + \lambda x; \lambda - 2\ddot{x} = 0; x = 0, 25\lambda t^2 + c_1 t + c^2;$ $c_1 = 5 - 0,25\lambda; c_2 = 1; \lambda = 12;$ окончательно имеем: $x = 3t^2 + 2t + 1;$ $b) \tilde{L} = t^2 + \dot{x} + \lambda x^2; 2\lambda x - 2\ddot{x} = 0;$ $\lambda > 0$ быть не может; обозначим $-\lambda = w^2$, тогда $\ddot{x} + wx^2 = 0 \quad \text{и} \quad x = A \sin(n \cdot wt + v);$ $x(0) = 0 \Rightarrow v = 0;$ $x(1) = 0 \Rightarrow w = n;$ $\int_0^1 A^2 \sin^2(n \pi t) \delta t = 2 \Rightarrow A = \pm 2;$ окончательно имеем: $x = \pm 2 \sin(n \pi t).$ |

10.3. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, владений (навыков и (или) практического опыта деятельности), характеризующих этапы формирования компетенций

10.3.1. Условия допуска обучающегося к сдаче зачета и порядок ликвидации академической задолженности

Положение о проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся (принято на заседании Ученого совета)

10.3.2. Форма проведения промежуточной аттестации по дисциплине

устная письменная компьютерное тестирование иная

10.3.3. Особенности проведения зачета

При проведении зачета время, отводимое на подготовку к ответу, составляет не более 40 мин. Для выполнения практического задания обучающему необходимо иметь калькулятор, также ему предоставляется необходимая справочная информация.