

На правах рукописи

Усов Алексей Георгиевич



**ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ ФОРМ
ТЕКСТИЛЬНЫХ И КОЖЕВЕННЫХ МАТЕРИАЛОВ, ПЕРЕМЕЩАЕМЫХ
ЗАХВАТАМИ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ МАШИН**

Специальность 05.02.13 – Машины, агрегаты и процессы
(текстильная и легкая промышленность)

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание ученой степени
доктора технических наук

Санкт-Петербург

2019

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Санкт-Петербургский государственный университет промышленных технологий и дизайна».

Научный консультант: **Марковец Алексей Владимирович**, доктор технических наук, доцент, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Санкт-Петербургский государственный университет промышленных технологий и дизайна», заведующий кафедрой машиноведения.

Официальные оппоненты: **Рымкевич Павел Павлович**, доктор технических наук, доцент, федеральное государственное бюджетное военное образовательное учреждение высшего образования «Военно-космическая академия имени А. Ф. Можайского», профессор кафедры физики.

Волошинов Денис Вячеславович, доктор технических наук, профессор, федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Санкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций им. проф. М. А. Бонч-Бруевича», заведующий кафедрой информатики и компьютерного дизайна

Филиппов Сергей Борисович, доктор физико-математических наук, профессор, федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Санкт-Петербургский государственный университет», профессор кафедры теоретической и прикладной механики

Ведущая организация: Федеральное государственное бюджетное учреждение науки «Институт машиноведения им. А. А. Благонравова» Российской академии наук (ИМАШ РАН)

Защита состоится 17 декабря 2019 года в 11⁰⁰ часов на заседании диссертационного совета Д 212.236.06 при Федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Санкт-Петербургский государственный университет промышленных технологий и дизайна» по адресу: 191186, Санкт-Петербург, ул. Большая Морская, д. 18, круглый зал заседаний.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке и на сайте Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Санкт-Петербургский государственный университет промышленных технологий и дизайна», www.sutd.ru.

Автореферат разослан « _____ » _____ 2019 года

Ученый секретарь

диссертационного совета



Васильева

Елизавета Константиновна

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность работы. Листовыми материалами будем считать листы обувного картона, кожи, текстильные лоскуты и т.д. Развитие современных технологий работы с такими материалами предполагает автоматизацию процессов манипулирования листом. Автоматизация касается процессов перемещения листа различными захватными устройствами вдоль технологического маршрута, подачи его в обрабатывающие органы машин и складирования. Для безотказной работы автоматизированных устройств, работающих с листовыми материалами, требуется наличие априорной информации о форме листа, деформированного совместным действием захватов, гравитации, дополнительных связей (опор, направляющих и т.п.). Лист в данной работе считается тонкой упругой оболочкой постоянной толщины. Точки срединной поверхности оболочки в процессе ее деформации совершают чаще всего большие перемещения под действием сил тяжести и усилий со стороны подающих устройств (захватов). В теории оболочек как правило решают задачи о растяжении оболочек, когда срединная поверхность претерпевает деформации растяжения и сдвига, задачи об изгибе оболочек и задачи смешанного типа, в которых срединная поверхность деформируется наиболее сложным образом. В данной работе рассматриваются случаи изгиба перемещаемых захватами оболочек, при которых срединная поверхность остается разворачивающейся поверхностью.

Существует множество методов расчета форм оболочек. Большинство их предполагает решение краевых задач, включающих в себя систему дифференциальных уравнений в частных производных, граничные и дополнительные условия. В частных случаях задачу удастся решить аналитически или свести к системе обыкновенных дифференциальных уравнений. При больших деформациях дифференциальные уравнения, описывающие большой изгиб оболочки, чаще всего оказываются нелинейными и решаются на ЭВМ с использованием общих или специально разработанных численных методов интегрирования. В инженерной практике удобно решать на компьютере разные задачи о формах изгибаемых листов, используя схожие вычислительные алгоритмы с относительно простой структурой, которая допускает оперативное внесение дополнительных ограничений на положение деформируемого листа в пространстве. Таким подходом представляется предлагаемый в работе метод непосредственной минимизации целевой функции задачи, включающей в себя потенциальную энергию деформированного листа в гравитационном поле, сложенную с лагранжевыми компонентами (штрафными функциями), представляющими дополнительные условия изгиба. Преимущества этого метода: использование широкого спектра существующих подходов к решению оптимизационных задач, легко реализуемое задание граничных условий и условий наложения дополнительных связей. Предлагаемые методы расчета форм деформированных листов должны позволить системе управления машиной, манипулирующей с листами, производить перерасчет форм листа в процессе таких манипуляций за минимальное время.

Цель и задачи работы. Цель диссертации – разработка методов моделирования и расчета форм изогнутых упругих листов, удерживаемых захватными

устройствами различных типов, которые могут составить основу для создания систем управления перемещениями захватных устройств.

В работе решаются следующие задачи.

1. Анализ видов машин отрасли, надежная работа которых требует наличие информации о форме изгиба листовых материалов.

2. Разработка методов построения моделей срединной поверхности листа как некой цилиндрической поверхности в случаях зажима листа одним или двумя захватами.

3. Создание методов моделирования срединной поверхности захваченного листа, имеющей криволинейные границы и вырезы (лакуны), имитирующие вырубленные детали.

4. Разработка методов построения моделей, алгоритмического и программного обеспечения поиска оптимальной цилиндрической формы изгиба листа, захваченного клещевыми, валковыми или вакуумными захватами.

5. Разработка математического обеспечения и методов моделирования торсовой срединной поверхности листа, зажатого одним захватом и имеющего один или два свешивающихся края.

6. Разработка математического, алгоритмического и программного обеспечения поиска оптимальной торсовой формы изгиба листа, захваченного разными способами.

7. Разработка математического, алгоритмического и программного обеспечения для расчета изгиба листа произвольной формы, захваченного с одного края.

8. Разработка математического, алгоритмического и программного обеспечения для поиска оптимальной торсовой формы листов в захватах с дополнительными условиями склеивания и опирания.

9. Создание методов моделирования, алгоритмов и программ для расчета торсовой формы листа, захваченного с двух сторон.

10. Создание методов моделирования, алгоритмов и программ для расчета конической формы срединной поверхности листа, захваченного крючком или вакуумной воронкой.

11. Разработка математического, алгоритмического и программного обеспечения для моделирования изгиба листа, удерживаемого за край, с выпучиванием в конических вершинах.

12. Разработка математического, алгоритмического и программного обеспечения для расчета изгиба листа, захваченного вакуумной воронкой большого диаметра (модель «развертывающаяся скатерть»).

Методы исследований. При выполнении диссертационной работы использованы методы алгебры, математического анализа, дифференциальной геометрии, механики, теории оболочек, нелинейного программирования, компьютерного моделирования.

Научная новизна. Новизна диссертационной работы заключается в том, что:

- разработаны математические модели изгиба тонких упругих тяжелых листов, удерживаемых захватами технологических машин, на основе линейных преобразований больших конечных элементов срединной поверхности листов;

- разработаны методы, алгоритмы и программы для моделирования цилиндрических форм изгиба захваченных листов;

- выполнены исследования цилиндрических форм изгиба листов из разных материалов, используемых в текстильной и легкой промышленности, с отверстиями и без таковых, при различных граничных условиях (условиях захвата);

- разработано математическое обеспечение, алгоритмы и программы для определения изгибной жесткости листа путем обработки его цифрового изображения;

- разработано математическое обеспечение, алгоритмы и программы для расчета и исследования торсовых форм изгиба листов, захваченных различными способами и подвергнутых дополнительным ограничениям типа опирания, склеивания и проч.;

- разработано математическое, алгоритмическое и программное обеспечение для расчета и исследования конических форм изгиба листов, захваченных пикером или вакуумным присосом;

- разработаны методы математического моделирования, алгоритмическое и программное обеспечение для исследования изгиба захваченных листов, срединная поверхность которых состоит из развертывающихся участков разных видов;

- создано математическое, алгоритмическое и программное обеспечение для исследования изгиба листа, захваченного большим вакуумным захватом;

- разработано алгоритмическое и программное обеспечение для поиска локального экстремума функции многих переменных с переменным составом варьируемых величин;

- разработано математическое, алгоритмическое и программное обеспечение позволяющие отслеживать и предотвращать самопересечения двумерных и трехмерных тел;

- разработан метод стереографической проекции для исследования на ЭВМ пересечений выпуклых многогранников.

Теоретическая и практическая значимость работы. Теоретическая значимость выполненных в диссертационной работе исследований заключается в том, что разработаны основы проектирования оптимальных форм изгиба упругих тяжелых листов, помещенных в захваты разных типов. При этом срединная поверхность листа представляется как многогранная поверхность, изгиб которой описывается с помощью матричных преобразований координат ее точек.

Предложены способы расчета потенциальной энергии многогранной модели изогнутого листа. Сформулированы критерии оптимальности моделей изогнутых листов для разных случаев их захватов. Выполнены исследования по обеспечению неразрывности, нерастяжимости и отсутствия самопересечений моделируемых поверхностей. Исследованы формы срединной поверхности листа в

различных случаях его захвата, изучено влияние способов захвата листа на форму его изгиба.

Практическая значимость работы заключается в том, что:

1) разработаны алгоритмы и пакеты программ для ЭВМ, позволяющие строить модели листов, помещенных в захваты того или иного вида;

2) разработанные программы могут быть использованы для проектирования машин, работающих с листовым материалом, а также для программирования работы автоматизированных устройств, осуществляющих тем или иным способом подачу листов на разные технологические операции;

3) созданы алгоритмы и компьютерные программы для решения специальных оптимизационных, геометрических и алгебраических задач;

4) предложены способы компьютерного расчета некоторых механических характеристик текстильных и обувных материалов (изгибной жесткости, параметров драпируемости) без использования специального лабораторного оборудования.

Разработанные в результате выполненных исследований компьютерные программы моделирования форм изгиба упругих тяжелых листов в разных случаях их захвата защищены девятью свидетельствами о государственной регистрации программ.

Материалы диссертации используются для выполнения научно-исследовательских работ и в учебном процессе в Санкт-Петербургском государственном университете промышленных технологий и дизайна при подготовке бакалавров и магистров по направлениям 15.03.02, 15.04.02 – «Технологические машины и оборудование», бакалавров по направлениям 29.03.01 – «Технология изделий легкой промышленности», 29.03.02 – «Технология и проектирование текстильных изделий», 29.03.05 – «Конструирование изделий легкой промышленности».

Апробация работы. Основные результаты работы прошли положительную апробацию на всероссийских и международных научно-технических конференциях: XV Всероссийская научно-техническая конференция «Фундаментальные исследования и инновации в национальных исследовательских университетах» (г. Санкт-Петербург) 2011 г.; Международная конференция «Седьмые Окуневские чтения» (г. Санкт-Петербург) 2011 г.; Международная конференция «Восьмые Окуневские чтения» (г. Санкт-Петербург) 2013 г. Практическая значимость подтверждена актами апробации в ООО «Дэма», АО «Первая Образцовая типография».

Публикации. По результатам выполненных исследований опубликовано 39 работ, в том числе 16 статей в журналах, входящих в «Перечень ...» ВАК РФ, 9 свидетельств о регистрации программ для ЭВМ, 4 тезисов докладов, 10 статей в научных сборниках и других журналах.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, 5 глав, заключения и списка использованных источников из 191 наименования. Работа выполнена на 307 страницах, включая 175 рисунков и 6 таблиц.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении приведено обоснование актуальности темы работы, сформулированы цели и задачи исследования, определена научная новизна и практическая значимость результатов работы.

В первой главе выполнен обзор машин и технологий, применяемых в текстильной, легкой и других отраслях промышленности, связанных с проблемой исследования деформаций упругих листов в захватах, перемещающих гибкие листовые материалы к рабочим органам машин и манипуляторов. Рассмотрены некоторые сортирующие, раскройные, вырубочные и пошивочные операции, выполняемые машинами обувного и текстильного производства, например, вырубочными комплексами, швейными роботами и др. (рисунок 1).



Рисунок 1 – Валковая подача полосы кожкартона в вырубочный пресс (а); вакуумный захват лоскута швейным роботом Sewbo (б)

Из приведенного обзора можно сделать вывод, что устройства для перемещения листовых материалов чаще всего являются составной частью машин отрасли, сложными агрегатами, устойчивая и надежная работа которых требует расчета и перманентного контроля форм изгибаемых в захватах машин лоскутов и полотен ткани, листов кожи, обувного картона и т.д. Можно выделить следующие основные способы захвата и подачи листов, используемые в машинах текстильной и легкой промышленности: механический, электромагнитный; электростатический; пневматический и др. К механическим способам можно отнести: валковый; фрикционный; пенетрационный; подачу захватами (клещевыми, челюстными, губчатыми и др.).

Выполнен обзор возможных направлений автоматизации обувного, швейного и текстильного производства, описанных в монографиях Л. А. Тонковида, Я. С. Палея, Ю. А. Карагезяна, А. А. Ганулича и др. Рассмотрены и классифицированы разные конструкции захватов, применяемых в машинах отрасли, способы захвата и перемещения листовых материалов. Отмечены проблемы, возникающие при конструировании захватных устройств, перемещающих листовые материалы к рабочим органам машин и манипуляторов. Важны проблемы реализации принципов, на которых основана работа устройств, исследования деформации листов

при их взаимодействии с окружающей средой, исследования механических процессов внутри пакета листов, организация правильной работы механизмов и устройств подачи.

Приведен обзор проблем, возникающих при использовании пневматических, в частности, вакуумных захватных устройств, для подачи листов. Проанализированы исследования, касающиеся поведения листов в пакетах при воздействии на них подающих устройств: деформации и сдвига листов при поочередной или групповой подаче их из пакета, деформации самого пакета листов и т.д. Листовые материалы, используемые в текстильной и легкой промышленности, рассматриваются как упругие тонкие оболочки, подвергаемые большому изгибу при их захватах и перемещениях к рабочим органам машин и манипуляторов в поле сил тяжести. Выполнен обзор экспериментальных исследований по механическим свойствам тканей, обувного картона и других материалов. При исследовании деформаций листов обычно используют математические модели оболочек, основанные на некоторых априорных представлениях (гипотезах) о поведении структурных элементов оболочки. В зависимости от системы гипотез выделяют теорию оболочек Кирхгофа-Лява, теорию Е. Рейсснера, теорию микрополярных оболочек Коссера. Модели тканей из точечных масс, связанных элементами Гука и Максвелла, разработаны в статьях И. Е. и В. В. Ландовских, В. Д. Фроловского, С. Сидорова.

Механические свойства текстильных материалов могут быть обоснованы с помощью теории композитов (работы А. Н. Полилова, С. В. Ломова). Расположение волокон внутри обувных картонов с помощью рентгеновского и ультразвукового облучения исследовано в работах Ю.-А. Ю. Сташкевичюса. В диссертации использованы сведения по механике твердых деформируемых тел и теории оболочек, почерпнутые из работ А. Лява, Ю. Н. Работнова, А. Л. Гольденвейзера, А. И. Лурье, В. З. Власова, В. В. Новожилова, К. Ф. Черных, Н. В. Колкунова. Выполнен анализ существующих методов исследования больших изгибов стержней, пластин и оболочек. Многие цилиндрические формы изгиба исследованы Е. П. Поповым, Э. И. Григолюком, А. П. Грибовым. Торсовые формы больших изгибов упругих листов частично исследованы в работах А. Бодо, Л. Махадевана, Т. Хангана, М. Бен-Амара и Й. Помо. Развертывающиеся невесомые ленты Мёбиуса исследованы и смоделированы в трудах Е. Л. Старостина и Ван дер Хейдена. Разные аспекты изгиба листа вокруг конической вершины исследованы в статьях Е. Серды, Л. Махадевана и Д. М. Пасини. Поведение упругих листов в зонах выпучивания рассмотрено в работах А. Е. Лобковского и Т. А. Уиттена.

В данной работе моделью оболочки служит ее *срединная поверхность*. Поскольку в диссертацию включены только задачи чистого изгиба оболочек, то срединная поверхность считается развертывающейся поверхностью: цилиндрической, конической или торсовой (поверхностью касательных к некоторой производящей кривой). Развертывающаяся поверхность является частным видом линейчатой поверхности, через каждую точку которой проходит прямолинейная образующая. Сеть координатных линий на развертывающейся поверхности состоит из семейства образующих и семейства направляющих. Плоский прообраз срединной

поверхности с координатными линиями на нем называется разверткой (или картой изгиба) листа. Направляющими служат кривые, ортогональные образующим, либо геодезические линии, представленные на развертке прямыми. Форма срединной поверхности оболочки, как правило, определяется путем численного интегрирования системы дифференциальных уравнений относительно функций, определяющих форму срединной поверхности листа. Форма торсовой поверхности может быть описана двумя функциями, но зачастую в формулировке задачи о форме поверхности участвуют несколько функций, охваченных уравнениями связей.

Рассмотрены особенности геометрии развертывающихся поверхностей по работам А. П. Нордена, А. В. Погорелова, П. К. Рашевского. Б. А. Дубровина, С. П. Новикова, А. Т. Фоменко, С. Н. Кривошапко. Рассмотрены существующие способы описания распределенных сил и моментов, действующих внутри оболочки, и уравнения равновесия оболочек.

В работе предложен метод отыскания формы изогнутого листа путем минимизации функционала, включающего в себя потенциальную энергию оболочки, находящейся в состоянии равновесия, и компоненты, представляющих собой штрафы за отклонение от дополнительных условий.

В процессе исследования материал листов предполагается изотропным или ортотропным, характеризуемым двумя плоскостями упругой симметрии. Форма листа – прямоугольник, круг, или плоская фигура произвольного вида. Лист может иметь выпуклые вырезы (лакуны). В состоянии равновесия тело деформированного листа должно удовлетворять уравнениям равновесия, записанным с учетом геометрии срединной поверхности листа. На срединной поверхности организуется сеть координатных линий, состоящая из прямолинейных образующих \mathbf{G} и ортогональных к ним направляющих \mathbf{g} (рисунок 2).

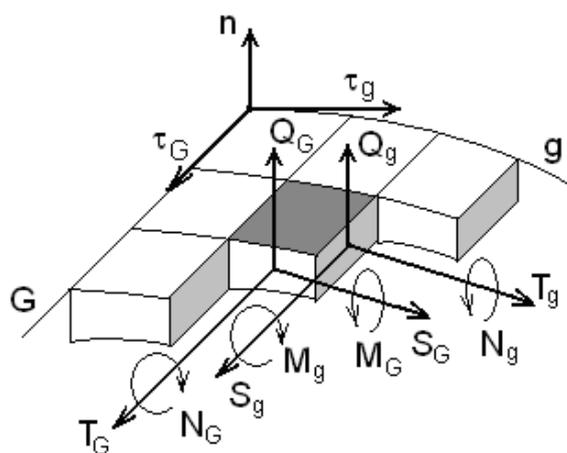


Рисунок 2 – Фрагмент оболочки

От базовой образующей вдоль базовой направляющей отсчитываем дуговую координату s , вдоль образующих от базовой направляющей отсчитываем координату ξ . Форма торсовой поверхности задается двумя функциями $a=a(s)$ и $b=b(s)$, величины которых – геодезическая и нормальная кривизна базовой направляющей. Коэффициенты Ламе равны $A_1=1$, $A_2=1+a\xi=B$. Значения нормальной кривизны координатных линий $\kappa_1=0$, $\kappa_2=-b/B$. Растяжениями и сдвигами срединной поверхности пренебрегаем; орт нормали $\mathbf{n}=\mathbf{\tau}_G \times \mathbf{\tau}_g$ к срединной поверхности определяем как векторное произведение ортов касательных к координатным линиям; вводим в рассмотрение распределённые силы и моменты, действующие внутри оболочки: M_G , M_g – изгибающие моменты, $N_G \approx N_g = N$ – крутящие моменты, T_G , T_g – растягивающие усилия, $S_G \approx S_g = S$ – сдвигающие усилия и др., Q_G , Q_g – перерезывающие

силы, p_G, p_g, p_n – проекции на соответствующие орты распределенной по срединной поверхности внешней нагрузки (в частности, гравитационной). Имеем уравнения равновесия фрагмента оболочки, которые используем при моделировании срединной поверхности для оценки напряженного состояния листа:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial T_G}{\partial \xi} + \frac{a}{B}(T_G - T_g) + \frac{1}{B} \frac{\partial S}{\partial s} + p_G &= 0, \\ \frac{1}{B} \frac{\partial T_g}{\partial s} - \frac{b}{B^2} \frac{\partial M_g}{\partial s} + 2 \frac{a}{B} S + \frac{\partial S}{\partial \xi} + p_g &= 0, \\ \frac{1}{B^2} \frac{\partial^2 M_g}{\partial s^2} + \frac{\partial^2 M_G}{\partial \xi^2} + 2 \frac{a}{B} \frac{\partial M_G}{\partial \xi} - \frac{a}{B} \frac{\partial M_g}{\partial \xi} - \frac{\xi a'}{B^3} \frac{\partial M_G}{\partial s} + \frac{b}{B} T_g + p_n &= 0. \end{aligned} \right\}$$

Упругая энергия изогнутой части оболочки, развертка которой занимает область F , вычисляется согласно выражению $U_e = 0.5 \iint_F \frac{Db^2}{1 + \xi a} ds d\xi$, где D – жесткость оболочки при изгибе вокруг образующих.

Пусть лист прямоугольной формы подается на раскрой с применением клещевого захвата, который фиксирует в абсолютной системе координат $OXYZ$ базовую грань F_g (рисунок 3), ограниченную базовой образующей. Положение базовой образующей $\widehat{O}_0\widehat{x}_0$ на развертке листа в связанной с нею системе координат $\widehat{O}\widehat{x}\widehat{y}$ задается координатами x_0, y_0 точки O_0 и углом α_0 . Положение грани F_g задается углами последовательных поворотов вокруг осей абсцисс и ординат α_x, α_y (или в обратном порядке).

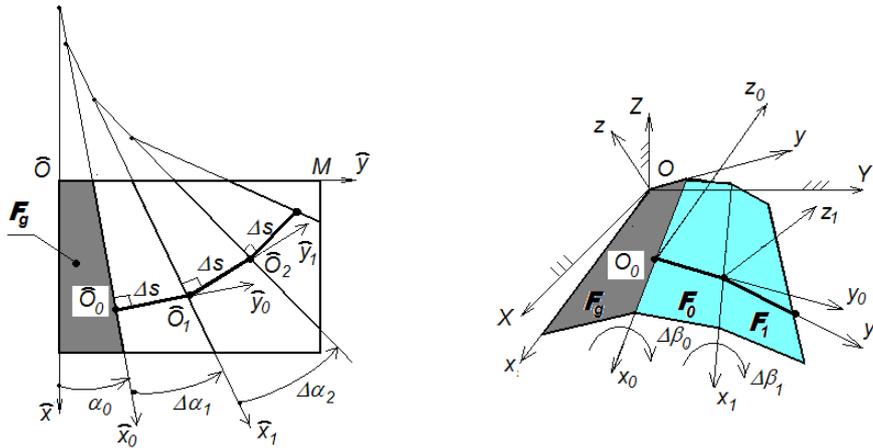


Рисунок 3 - Развертка и фрагмент многогранной поверхности

В качестве модели срединной поверхности деформированного листа рассматриваем многогранную поверхность, составленную из элементарных граней, ребрами которых служат образующие. Пусть свисающая изогнутая часть захваченного листа составлена из N граней. Оценив длину базовой направляющей, назначаем шаг d_s движения вдоль нее. Каждый шаг делаем в направлении, перпендикулярном очередной образующей. Построенную таким образом развертку

назовем квазиортогональной. При заданной базовой направляющей и шаге d_s форма модели будет определяться углами $\Delta\alpha_0, \Delta\alpha_1, \Delta\alpha_2, \dots, \Delta\alpha_{N-1}$ между образующими, которые задают развертку листа, и углами $\Delta\beta_0, \Delta\beta_1, \dots, \Delta\beta_{N-1}$ между нормальными к граням при изгибе. Отношения $\Delta\alpha_n/d_s, \Delta\beta_n/d_s$ представляем как конечно-разностные аналоги узловых значений функций $a = \alpha'(s) = d\alpha/ds$ и $b = \beta' = d\beta/ds$.

Ставим основную задачу исследования: создание единой методики поиска таких функций a, b (или их узловых значений), которые описывают равновесную форму изогнутого тяжелого листа при заданных условиях его закрепления в захватных устройствах и при дополнительных условиях (ограничениях на положение листа в пространстве, условиях сшивания, склеивания и т.д.).

Во второй главе описаны основные математические модели, приемы и методы, применяемые для построения алгоритмов моделирования изогнутых листов. Изгибную жесткость D для некоторых материалов возможно рассчитывать, как цилиндрическую с коэффициентом Пуассона $0,25 \leq \mu \leq 0,35$. Для сложных композитов необходимы результаты экспериментов по изгибу листов. Изгибная жесткость текстильного лоскута рассчитывается путем интерполяции опытных значений жесткости D при изгибе его поперек лучей, указывающих направления от утка к основе. Для материала типа листа обувного картона считаем, что жесткость при изгибе его поперек луча, задаваемого углом φ , определяется по эллиптическому закону:

$$E(\varphi) = \frac{E_{MD}E_{CD}}{\sqrt{(E_{MD} \sin \varphi)^2 + (E_{CD} \cos \varphi)^2}},$$

где угол φ отсчитывается от машинного направления (MD) картона к поперечному (CD).

Описан процесс моделирования многогранной модели срединной поверхности. На развертке строится *карта изгиба*. Вводим в рассмотрение матрицы поворота

и векторы сдвига: $\hat{A}_n = \begin{pmatrix} c_{a,n} & s_{a,n} \\ -s_{a,n} & c_{a,n} \end{pmatrix}$, $\hat{S}_0 = \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix}$, $\hat{S} = \begin{pmatrix} 0 \\ d_s \end{pmatrix}$, где $c_{a,n} = \cos \Delta\alpha_n$,

$s_{a,n} = \sin \Delta\alpha_n$, при этом $c_{a,0} = \cos \alpha_0$, $s_{a,0} = \sin \alpha_0$. Вектор-столбец \hat{V} координат некоторой точки срединной поверхности листа в системе координат $\hat{O}\hat{x}\hat{y}$ преобразуется в

вектор $\hat{V}^{(0)}$ координат ее относительно базиса $\hat{O}_0\hat{x}_0\hat{y}_0$: $\hat{V}^{(0)} = \hat{A}_0(\hat{V} - \hat{S}_0)$. Совершаем переход от вектора $V^{(n-1)}$ координат точки в базисе $\hat{O}_{n-1}\hat{x}_{n-1}\hat{y}_{n-1}$, связанном с $n-1$ -ой гранью, к вектору $V^{(n)}$ в базисе $\hat{O}_n\hat{x}_n\hat{y}_n$, связанном со следующей гранью, и обратно:

$\hat{V}^{(n)} = \hat{A}_n(\hat{V}^{(n-1)} - \hat{S})$, $V^{(n-1)} = \hat{A}_n^{-1}\hat{V}^{(n)} + \hat{S}$. Получаем правило преобразования вектора $\hat{V}^{(n)}$ локальных координат в вектор \hat{V} : $\hat{V} = \hat{P}_n\hat{V}^{(n)} + \hat{C}_n$, где

$\hat{P}_n = \hat{A}_0^{-1} \cdot \hat{A}_1^{-1} \cdot \hat{A}_2^{-1} \cdots \hat{A}_{n-1}^{-1} \hat{A}_n^{-1}$, $\hat{C}_n = (\hat{P}_{n-1} + \hat{P}_{n-2} + \cdots + \hat{P}_1 + \hat{A}_0^{-1})\hat{S} + \hat{S}_0$.

Эти преобразования используются для исследования условий регулярности изгиба (т.е. отсутствия пересечений образующих внутри листа), условий

нерастяжимости и неразрывности листа, а также для описания многоугольника грани. Фрагменты криволинейной границы листа описываются путем линейной интерполяции функции, задающей границу развертки. Исследование многоугольника грани выполняется программами `polygon`, в которых исследуется выпуклость многоугольника, ранжируются его вершины по порядку, рассчитывается площадь и положение центра тяжести.

Абсолютная (глобальная) система координат $OXYZ$ располагается так, что ось OZ вертикальна. Пусть последовательность начальных поворотов захваченной грани задается матрицами A_x и A_y . Вводим в рассмотрение матрицы:

$$S_0 = \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ 0 \end{pmatrix}, S = \begin{pmatrix} 0 \\ d_s \\ 0 \end{pmatrix}, A_n = \begin{pmatrix} c_{a,n} & s_{a,n} & 0 \\ -s_{a,n} & c_{a,n} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, B_n = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_{b,n} & s_{b,n} \\ 0 & -s_{b,n} & c_{b,n} \end{pmatrix},$$

где $c_{a,n} = \cos \Delta\alpha_n$, $s_{a,n} = \sin \Delta\alpha_n$, $c_{b,n} = \cos \Delta\beta_n$, $s_{b,n} = \sin \Delta\beta_n$, $n = 0, 1, 2, \dots, N$.

Трехмерный вектор-столбец V абсолютных координат некоторой точки срединной поверхности листа преобразуется в вектор координат $V^{(Fg)}$ в системе координат, связанной с наклоненной гранью \mathbf{F}_g (рисунок 3), по правилу: $V^{(Fg)} = A_y A_x V$. Совершаем сдвиг в точку O_0 , поворот на угол α_0 вокруг оси аппликата, затем поворот на угол $\Delta\beta_0$ вокруг оси абсцисс и переходим в локальную систему координат $O_0x_0y_0z_0$, связанную с начальной гранью \mathbf{F}_0 . Имеем выражение для преобразования вектора координат из локальной системы координат $O_0x_0y_0z_0$ в глобальную: $V = A_{xy} T_0 (V^{(0)} + S_0)$, где $A_{xy} = A_x^{-1} A_y^{-1}$, $T_0 = A_0^{-1} B_0^{-1}$.

Продолжая движения, получаем формулу перехода от локальных координат точек n -ой грани в базис $O_0x_0y_0z_0$: $V^{(0)} = P_n V^{(n)} + C_n$, где $P_n = \prod_{k=1}^n T_k = T_1 T_2 \dots T_n$, $T_n = A_n^{-1} B_n^{-1}$, $C_n = (Q_{n-1} + E)S$ (E – единичная матрица), $Q_{n-1} = \sum_{k=1}^{n-1} P_k$. Обозначив $P_0 = E$, $C_0 = E - E = (0)$, имеем рекуррентные соотношения: $P_n = P_{n-1} T_n$, $Q_{n-1} = Q_{n-2} + P_{n-1}$, $C_n = C_{n-1} + P_{n-1} S$. По этим выражениям, а также по выражениям обратных преобразований строятся и исследуются отдельные грани многогранной модели срединной поверхности. Рассчитав с помощью двумерных преобразований локальные координаты вершин грани, находим далее их абсолютные координаты и определяем положение грани в пространстве.

Форма изогнутой срединной поверхности определяется двумя функциями α' , β' или, в более общей постановке задачи, функциями $\alpha(s)$, $\beta(s)$. Вариационная задача отыскания формы срединной поверхности заключается в поиске таких функций α и β , которые доставляют минимум потенциальной энергии упругого тяжелого листа в положении его равновесия. Поскольку энергия листа выражается через синусы и косинусы углов α и β , дифференциальные уравнения Эйлера-Лагранжа для решения вариационной задачи оказываются нелинейными. Процедура

непосредственной минимизации лагранжиана (функционала энергии), как показывает практика, зачастую оказывается более эффективной по сравнению с процедурой интегрирования дифференциальных уравнений. Тем более, что к функционалу энергии можно добавить слагаемые, ответственные за соблюдение дополнительных условий изгиба листа, создав тем самым целевой функционал задачи.

В общем случае углы $\{\Delta\alpha_i\}$ и $\{\Delta\beta_i\}$ считаются взаимно-независимыми величинами, и тогда целевой функционал вырождается в целевую функцию $2N$ переменных $\alpha_0, \{\Delta\alpha_i\}, \Delta\beta_0, \{\Delta\beta_i\}, i = \overline{1, N-1}$ (в задаче о вакуумном захвате листа в некоторой его средней области угол α_0 является искомой величиной). Множество $\{X\}$ значений переменных считаем евклидовым пространством размерности $n_x = 2N$. Задача поиска равновесной формы изгиба листа принимает вид задачи об отыскании такого вектора $X_* \in \{X\}$, который дает минимум целевой функции $U(X) = U_e + U_g + U_{\text{straf}} + U_{\text{check}}$, где U_e – упругая потенциальная энергия листа, U_g – гравитационная энергия, U_{straf} – штраф за невыполнение необходимых условий существования срединной поверхности (например, неразрывности и регулярности), U_{check} – цена отклонений от желательных условий.

В силу упомянутой выше нелинейности задачи существует, как правило, множество локальных экстремумов функции U , соответствующих устойчивым формам изгиба листа. При этом возникает проблема перехода листа из одной формы в некоторую близкую ей устойчивую форму и вопрос о запасе устойчивости той или иной формы изгиба листов. Запас устойчивости исследуется в наших программах моделирования изгибов путем исследования изменения целевой функции при том или ином векторе D шага от экстремальной точки X_* .

Для решения задачи о форме срединной поверхности организован поиск минимума целевой функции $U = U(X)$. Движение к точке $X^{out} = X_*$ минимума целевой функции (спуск) происходит из заданной начальной точки X^{in} в подпространстве варьируемых параметров размерности $n_v \leq n_x$. Выбор этих параметров производится заданием массива X^{org} адресов варьируемых величин в массиве X .

Для реализации алгоритма расчета равновесной формы срединной поверхности создаем компьютерные программы, состоящие из трех основных блоков: головная программа (main), блок оптимизационного поиска минимума целевой функции (optimizer), блок Ufun расчета величины U целевой функции при заданном значении X . В программе main подготавливаются данные для организации оптимизационного поиска, вызывается оптимизатор и обрабатываются результаты поиска. Функция optimizer выполняет поиск оптимального значения X^{out} , обращаясь к имени Ufun целевой функции конкретной задачи. Функция Ufun строит модель деформированной срединной поверхности листа и рассчитывает значение $U = Ufun(X, \dots)$. Входными аргументами функции являются, кроме массива X , массив служебных параметров X^{serv} , управляющих работой оптимизатора, массив ограничений X^{cond} , массив X^{org} и другие.

Для поиска экстремума (минимума) целевой функции используются градиентный метод спуска, метод покоординатного спуска, спуска в специальной системе направлений (бикубической или октаэдрической).

Потенциальная энергия многогранной модели является суммой энергий отдельных граней. Упругую энергию грани с углом между образующими $\Delta\alpha_n \neq 0$ с областями P', P'' определяем, например, как величину

$$U_{e,n} = \frac{D}{16|\Delta\alpha_n|} \left[2(\Delta\beta_{n-1} + \Delta\beta_n)^2 \left| \ln \frac{\rho_{N_{l,n}}}{\rho_{M_{r,n}}} \right| + \Delta\beta_{n-1}^2 \left| \ln \frac{\rho_{M_{r,n}}}{\rho_{M_{l,n}}} \right| \right],$$

в которой фигурируют расстояния ρ от угловых точек до точки С пересечения образующих (рисунок 4).

При изгибе вокруг конической вершины, принадлежащей листу, упругую энергию примыкающей к n -му ребру области, состоящей из двух полусекторов,

рассчитываем по формуле: $U_{e,n} = 0.5D \frac{\Delta\beta_n^2}{\Delta\alpha} \ln \frac{R_{g,n}}{R_{p,n}}$, где $R_{g,n}$ - радиус равновеликого данной области сектора, $R_{p,n}$ - радиус сингулярной зоны, окружающей коническую вершину. Он находится из уравнения

$\hat{p}R_{p,n}^3 + [\sigma]hb_nR_{p,n}^2 - D_n(b_n + b_n'') = 0$, в котором \hat{p} - проекция распределенной нагрузки \vec{p} на нормаль к срединной поверхности листа, h - толщина листа, b_n - конечно-разностный аналог значения функции b в области n -ой грани, b_n'' - аналог ее второй производной. Величина $[\sigma]$ является пределом пропорциональности.

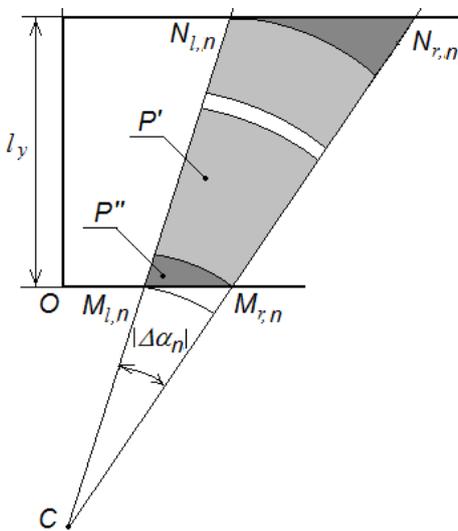


Рисунок 4 – Отдельная грань

Гравитационную потенциальную энергию n -го фрагмента листа находим как величину $U_{g,n} = \rho_{surf} g F_n \Delta z_n$, где ρ_{surf} - поверхностная плотность материала, g - ускорение свободного падения, F_n - площадь фрагмента (грани), $\Delta z_n = z_{Cn} - z_{Cn}^{(Fg)}$ - высота, на которую перемещается центр тяжести C_n грани из положения, в котором потенциальная энергия принята за нуль (как правило, это положение грани F_G в захвате).

В работе исследованы возможности самопересечений моделируемых поверхностей. Так, при создании многогранной модели цилиндрической поверхности исследуется пересечение фрагментов направляющей — отрезков $m_1 m_2$ и $M_1 M_2$, лежащих в одной плоскости, с центрами тяжести в точках c и C . Если отрезки не параллельны друг другу, то определяется положение точки K пересечения прямых, содержащих данные отрезки, находятся величины $d = \overline{Km_1} \cdot \overline{Km_2}$, $D = \overline{KM_1} \cdot \overline{KM_2}$ и анализируются случаи взаимного расположения отрезков в

зависимости от сочетания значений d , D и с учетом заданного зазора между отрезками.

При исследовании самопересечений конической поверхности рассматриваем треугольники ΔOA_1B_1 и ΔOA_2B_2 с общей вершиной O . Отсутствие пересечения треугольников – это наличие одинаковых знаков смешанных произведений $p_1 = \overrightarrow{OA_1} \times \overrightarrow{OB_1} \cdot \overrightarrow{OA_2}$ и $p_2 = \overrightarrow{OA_1} \times \overrightarrow{OB_1} \cdot \overrightarrow{OB_2}$.

Для исследования возможности пересечения двух полигональных фрагментов разработан алгоритм “точки в многоугольнике”, реализованный в программе `crosspol4`, и алгоритм стягивания, реализованный в программе `strapol1`.

При исследовании самопересечения оболочки значительной толщины h ее фрагменты приходится рассматривать как трехмерные объекты – многогранные призмы высотой h . Для исследования возможности пересечения выпуклых многогранников V_1 и V_2 создан алгоритм и программа `crosshedron`, изучающие стереографические проекции точек u_{ij} пересечения лучей V_{ij} , соединяющих вершины многоугольников, с единичной сферой. Пересечение отсутствует, если точки u_{ij} лежат на одной полусфере.

В третьей главе исследованы такие случаи захвата листа, когда его срединная поверхность приобретает вид цилиндрической поверхности. Цилиндрическая форма изгиба зачастую оказывается оптимальной сравнительно с другими возможными формами изгиба. Цилиндрическим оказывается изгиб листа кожкартона марки СТО, захваченного с одного края клещевым захватом. Это подтверждается опытным путем и результатами моделирования. Пусть развертка листа – прямоугольник длиной L и шириной H . На рисунке 5 изображена развертка и 12-гранная модель листа кожкартона марки СО размерами $L = H = 0,9$ м. Толщина листа $h = 2$ мм, поверхностная плотность $\rho = 2,01$ кг/м², модуль упругости при растяжении вдоль направляющих $E = 1,2 \cdot 10^9$ Н/м². Жесткость при изгибе вычисляется как цилиндрическая; коэффициент Пуассона μ принят равным 0,3. Плоскость, касающаяся срединной поверхности и содержащая край $x=0$, горизонтальна. Правый край $x=L$ листа свободно свешивается. Деформированная срединная поверхность листа рассчитана с помощью программы `bendjaw1`,

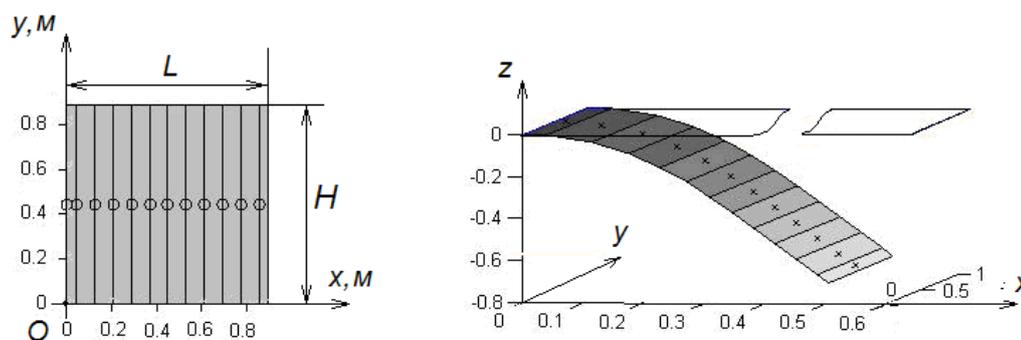


Рисунок 5 – Развертка и модель срединной поверхности листа кожкартона, захваченного за край

моделирующей торсовый изгиб листа, подаваемого клещевым захватом. Потенциальная энергия изогнутого листа, являющаяся суммой упругой и гравитационной энергий, равна $U = -52,3$ Дж. Потенциальная энергия горизонтального листа была принята за нуль: $U_0 = U_{hor} = 0$.

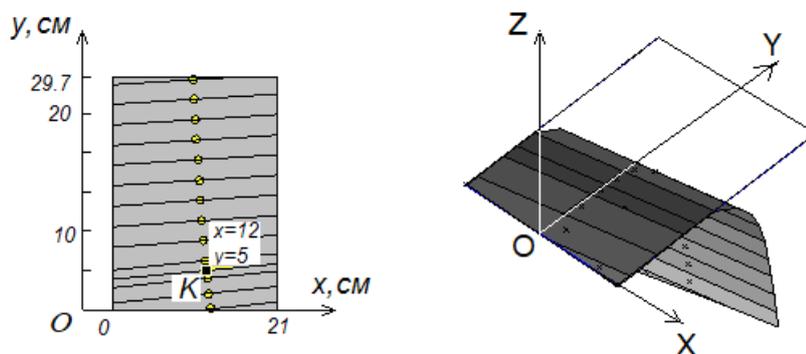


Рисунок 6 – Развертка и модель листа, захваченного вокруг точки K

Близка к цилиндрической и торсовая модель изгиба листа, захваченного вакуумным присосом вокруг точки K (рисунок 6). Угол α_0 здесь считается варьируемым параметром. Моделирование производилось с помощью программы `bendvac5`. Эта программа отличается от программ серии `bendjaw` тем, что изогнутая поверхность строится как по одну, так и по другую сторону от базовой грани. В процессе вычислений начальное значение угла $\alpha_0 = \pi/6 = 0,524$ изменилось до величины 0,097.

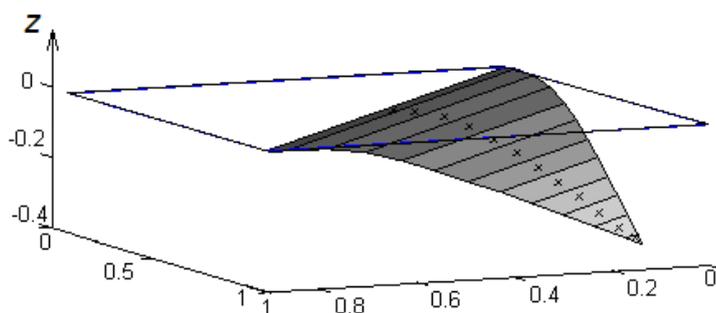


Рисунок 7 – Модель “косынки”

относительно друга $\{\Delta\beta_i\} = \{-0,077 -0,05 -0,046 -0,035 -0,025 -0,015 -0,015 -0,0016 -0,0007 0\}$. Полученная модель изгиба в виде “косынки” хорошо согласуется с экспериментом. Краевой эффект, вызывающий согласно закону Пуассона закручивание вверх краев “косынки”, практически не проявляется.

Рассмотрен случай цилиндрического изгиба листа с горизонтальными образующими и с захваченным краем в предположении, что все напряжения постоянны вдоль образующих. Такой изгиб может быть описан дифференциальным уравнением

$$\frac{d^2\theta}{d\sigma^2} + (\xi_g - \sigma)\sin\theta = 0,$$

где $\xi_g = L/l_g$, $l_g = \sqrt[3]{D/p}$, $p = g\rho_{surf}$, $\sigma = sl_g^{-1} \in [0; \xi_g]$, θ - угол между направлением в зенит и касательной к направляющей, при следующих граничных условиях:

$$\theta|_{\sigma=0} = \theta_0, \quad \left. \frac{d\theta}{d\sigma} \right|_{\sigma=\xi_g} = 0.$$

Выполнено сравнение результатов моделирования срединной поверхности листа с помощью функции `bvp4c` среды MATLAB, предназначенной для решения краевых задач, с экспериментами (параметры θ_0 , l_g , ξ_g приняты варьируемыми). При малых значениях параметра ξ_g результаты счета разными методами примерно совпадают друг с другом и с экспериментальными данными; при больших значениях оптимизационный способ работает безотказно, в то время как процесс решения краевой задачи дает неоптимальные и даже неверные результаты. На рисунке 8 приведены изображения направляющих (профилей) листа при $\xi_g = 5$, полученные

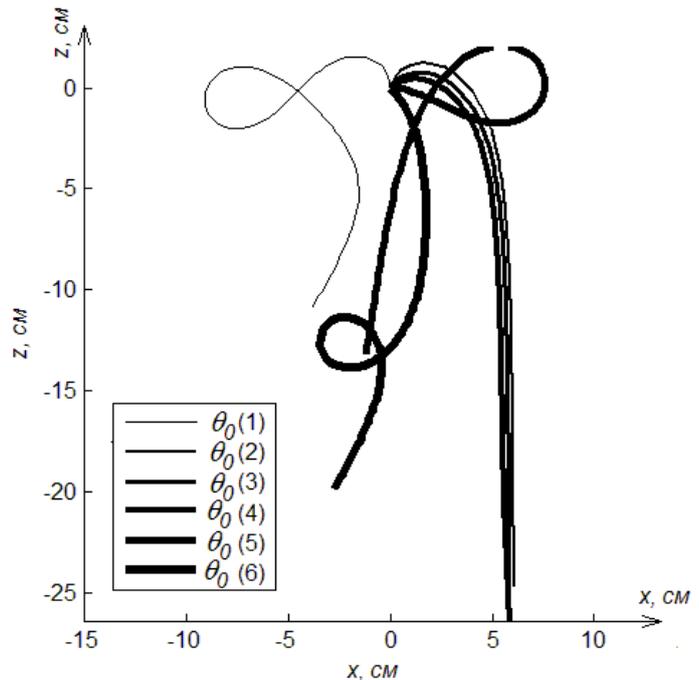


Рисунок 8 – Результаты вычислений с использованием функции `bvp4c`

в результате решения краевых задач: некоторые из них имеют самопересечения.

Предложен способ определения изгибной жесткости изогнутого прямоугольного листа произвольных размеров по результатам обработки изображения его профиля.

Создана математическая модель и алгоритмы расчета цилиндрического изгиба листа в захвате, который фиксирует плоский край листа или отдельную образующую на его срединной поверхности. Форма листа может быть любая (предпочтительна выпуклая фигура), лист может иметь лакуны – отверстия, имитирующие вырубленные из листа детали. Предложена система описания лакун, алгоритм исследования вопроса внедрения той или иной лакуны в очередную грань моделируемой срединной поверхности. При вычислении потенциальной энергии грани из энергии целой грани вычитается энергия лакуны. Фрагменты лакун считаются выпуклыми многогранниками. Алгоритм реализован в программе `bendcyl2`. На рисунке 9 изображены модели листа в двух фазах его валковой подачи, когда подана треть листа и две трети. Лист имеет форму прямоугольника длиной 30 см и шириной 20 см и содержит лакуны в форме эллипсов, простирающихся

вдоль оси симметрии Ox и половин эллипсов по сторонам от этой оси, имитирующих задники для обуви. Изгибная жесткость листа принята равной $D = 1.74 \text{ кг} \cdot (\text{см}/\text{с})^2$, гравитационная распределенная нагрузка $p = 0.008 \text{ кг}/(\text{см} \cdot \text{с}^2)$.

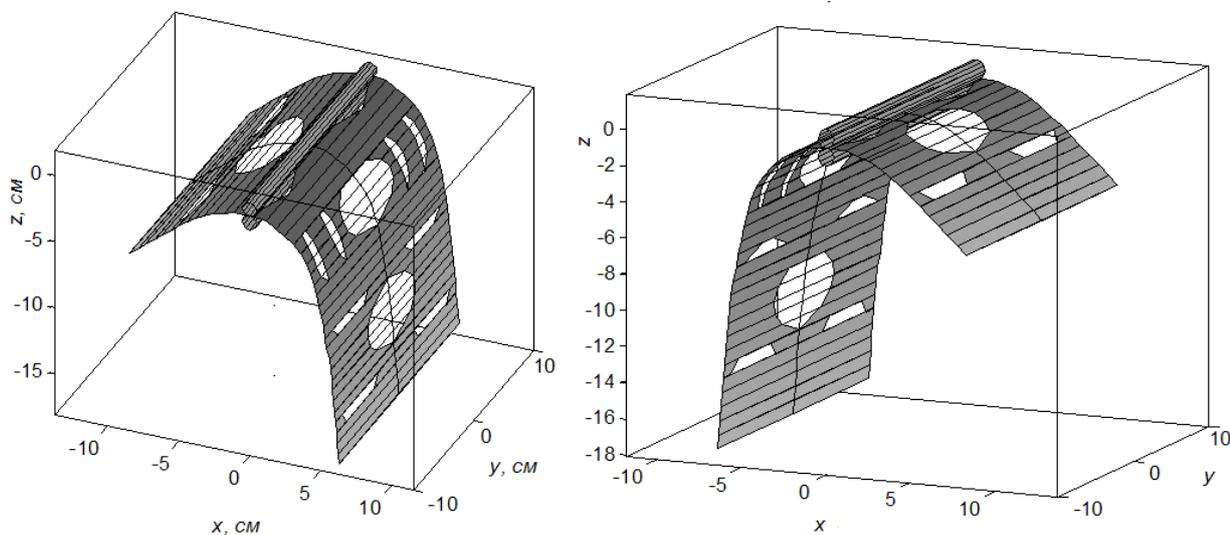


Рисунок 9 – Симуляция валковой подачи 1/3 листа и 2/3 листа

Рассмотрены случаи захвата листа с двух краев валками, клещевыми или иными захватами, приводящие к его цилиндрическому изгибу. Решение строится от каждого края к середине листа, пока не останутся две средние грани. Из двух вариантов сборки (стыковки) этих граней выбирается та, которая обладает наименьшей энергией. Конструкция из двух граней в форме двускатной крыши служит начальным приближением модели. Путем многократного удвоения числа граней, организованного в головной программе `bendcyl4`, получается окончательная модель. Удвоение числа граней продолжается, пока разность между предыдущим и последующим значениями целевой функции превышает установленную величину. Два примера счета по программе `bendcyl4` представлены на рисунке 10.

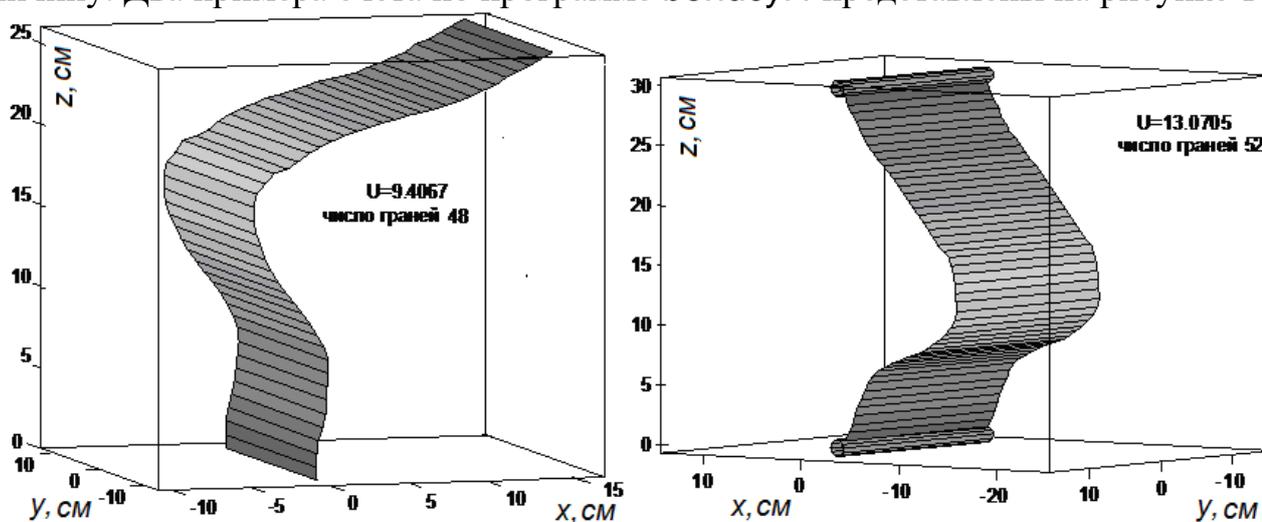


Рисунок 10 – Изгиб листа с заделанными и с шарнирно опертыми краями

На рисунке 11 изображены два этапа моделирования формы сложного изгиба листа путем обработки изображения его профиля.

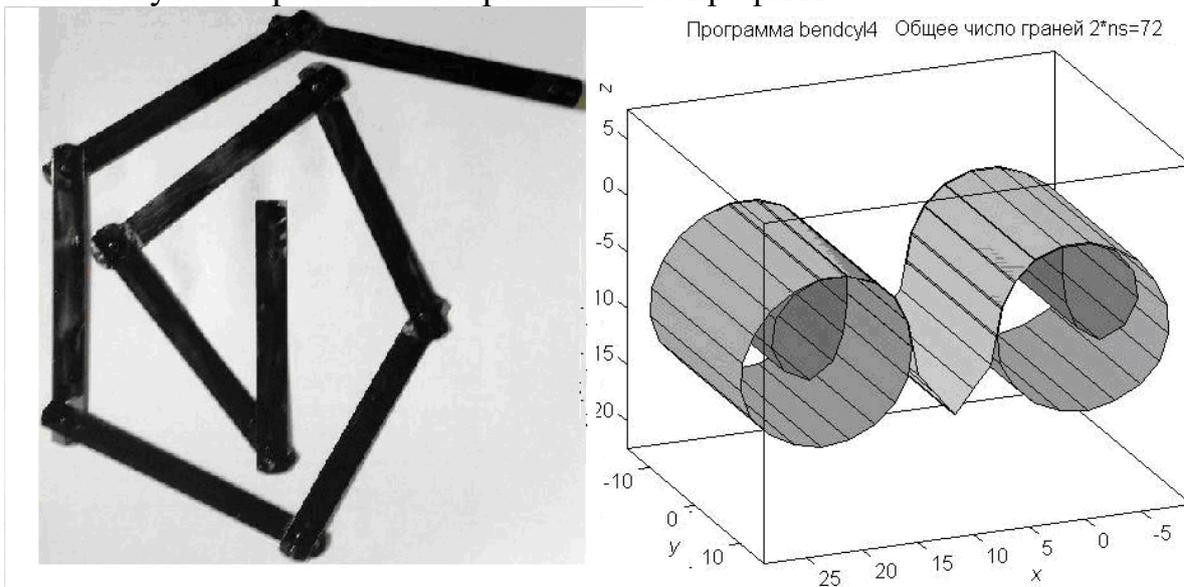


Рисунок 11 – Цифровое изображение макета профиля и модель листа

В четвертой главе рассмотрены случаи захвата листа, дающие торсовую форму изгиба его срединной поверхности. Для моделирования торсовых форм создано семейство программ с общими именами **bendjaw** (челюстной или клещевой захват) и **bendvac** (вакуумный захват воронкой малого диаметра). Результат моделирования программой **bendjaw5** торсового изгиба листа кожкартона, захваченного клещевым захватом, изображен на рисунке 12. На рисунке 13 представлена фотография и компьютерная модель изогнутого лоскута шинельного драпа размерами 10x5 см, зажатого в вертикальных губках. Поверхностная плотность материала $p=0,000775 \text{ Н/см}^2$. Изгибная жесткость описывается таблицей 1, составленной на основе экспериментов (уточное направление совпадает с осью Oy на развертке).

Таблица 1 – Изгибная жесткость шинельного драпа

Угол от утка к основе, рад.	Изгибная жесткость, $\text{кг}\cdot\text{см}^2/\text{с}^2$
0.00	1.25
0.39	1.23
0.79	1.20
1.18	1.30
1.57	1.40

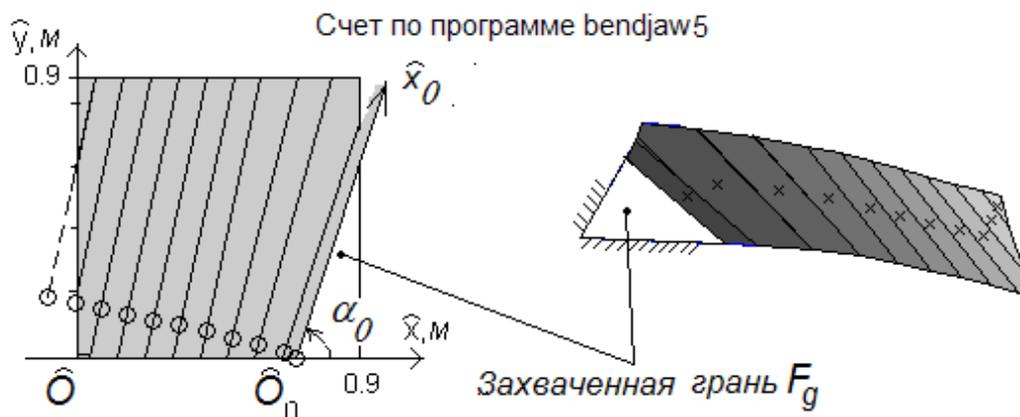


Рисунок 12 – Развертка и модель свисающего листа в клещевом захвате

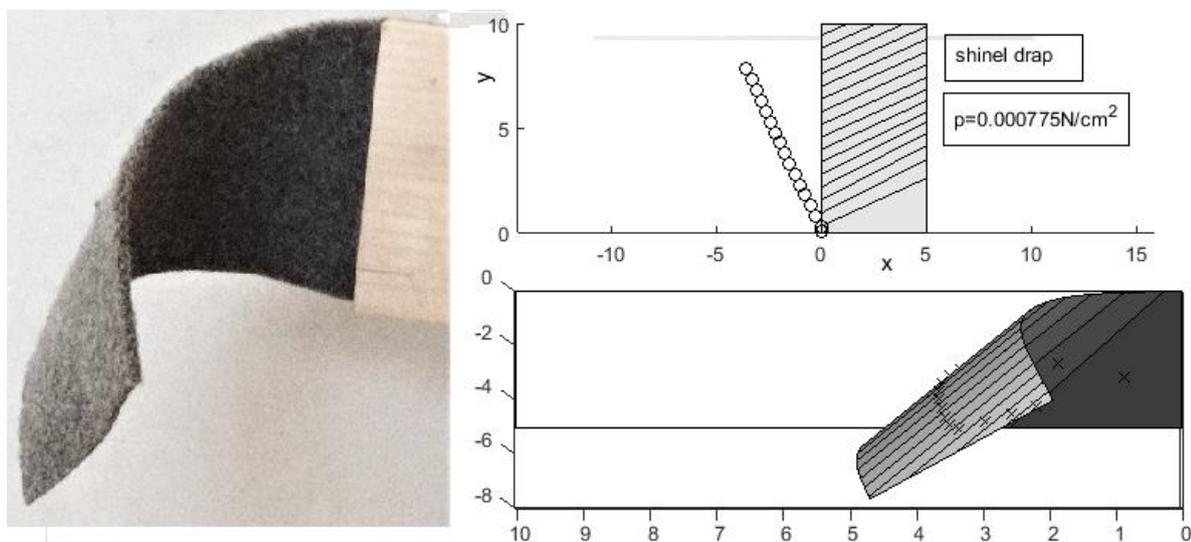


Рисунок 13 – Лоскут драпа в вертикальных губках, его развертка и модель

Создана математическая модель изгиба листа, помещенного в вилочный захват и создана программа **bendsymfork** для расчета формы листа в таком захвате. Результат расчета формы листа кожкартона, вставленного в вилочный захват так, что он обвивает центральный прут сверху, изображен на рисунке 14. Пруты захвата вытянуты вдоль образующих кругового конуса с углом $\pi/6$ между его высотой и образующими.

Выполнено моделирование и построение форм изгиба листов для некоторых специальных случаев захвата, когда условия захвата описываются дополнительными ограничениями в виде штрафных слагаемых целевой функции. Примерами таких расчетов являются модели листов, со склеиваемыми точками (рисунки 15, 16), рассчитанные по программе **bendstick6**, модели листов, зажатых в криволинейных губках, и др.

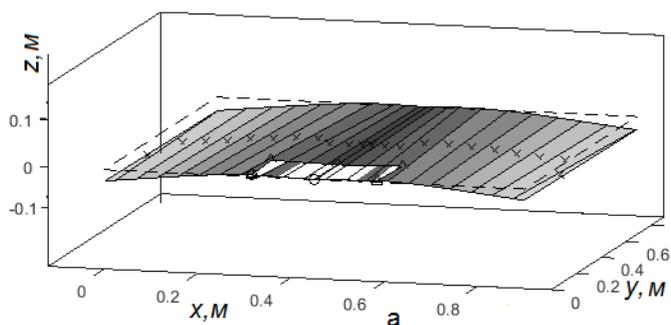


Рисунок 14 – Лист в вилочном захвате

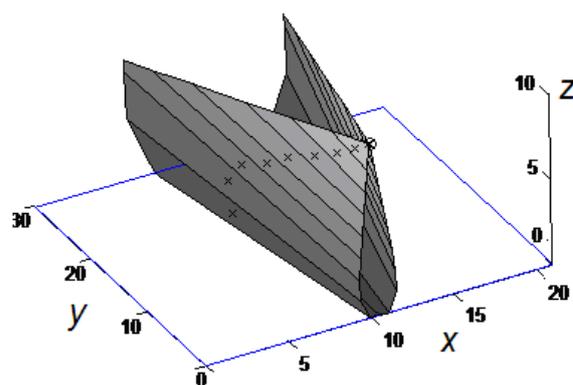


Рисунок 15 – Лист со склеенными концами изгиба

Создана математическая модель торсового изгиба листа произвольной формы, захваченного клещевым захватом. В программу **bendstel1** для расчета такого изгиба встроен алгоритм исследования пиксельного изображения листа и конструирования границы развертки. В качестве примера дается расчет формы изгиба детали низа обуви – тонкой стельки №27. Изгибная жесткость принята $D = 2,2 \text{ кг} \cdot (\text{см}/\text{с})^2$, распределенная гравитационная нагрузка $p = 0,09 \text{ кг}/(\text{см} \cdot \text{с}^2)$.

Захваченная часть кончается образующей, проходящей через точку диаметральной линии на расстоянии 3 см от края под углом $\pi/12$ к этой линии (рисунок 17, *а*).

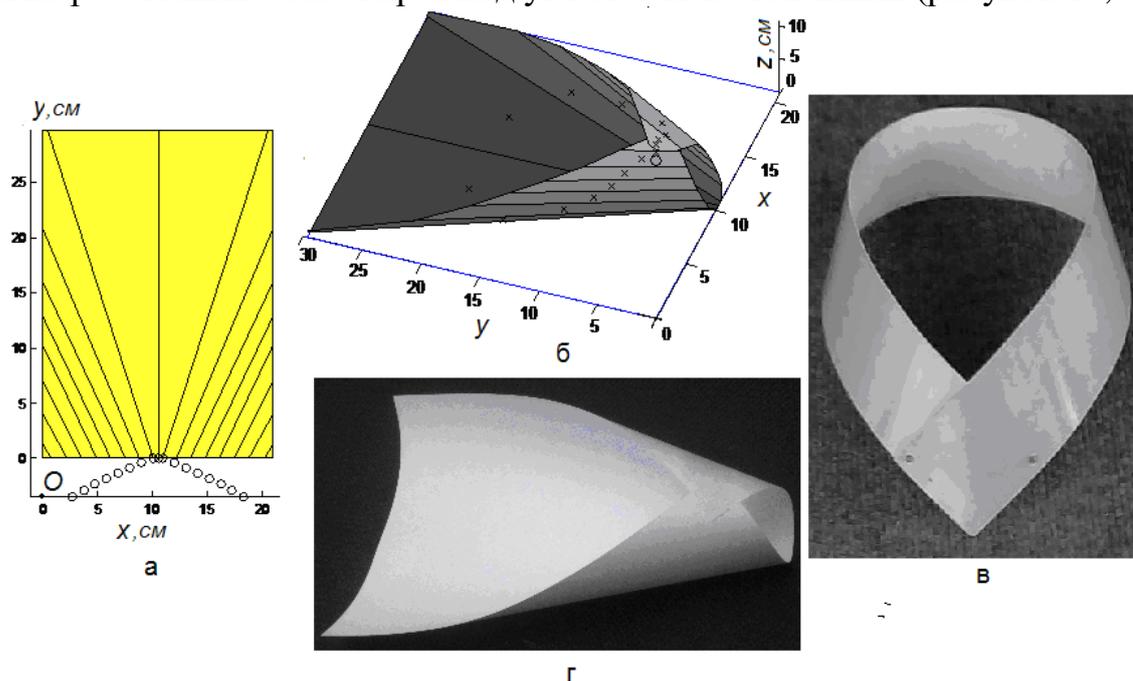


Рисунок 16 – Развертка (*а*) и трехмерная модель (*б*) листа со склеенными уголками, воротничок (*в*), бумажный лист со склеенными уголками (*г*)

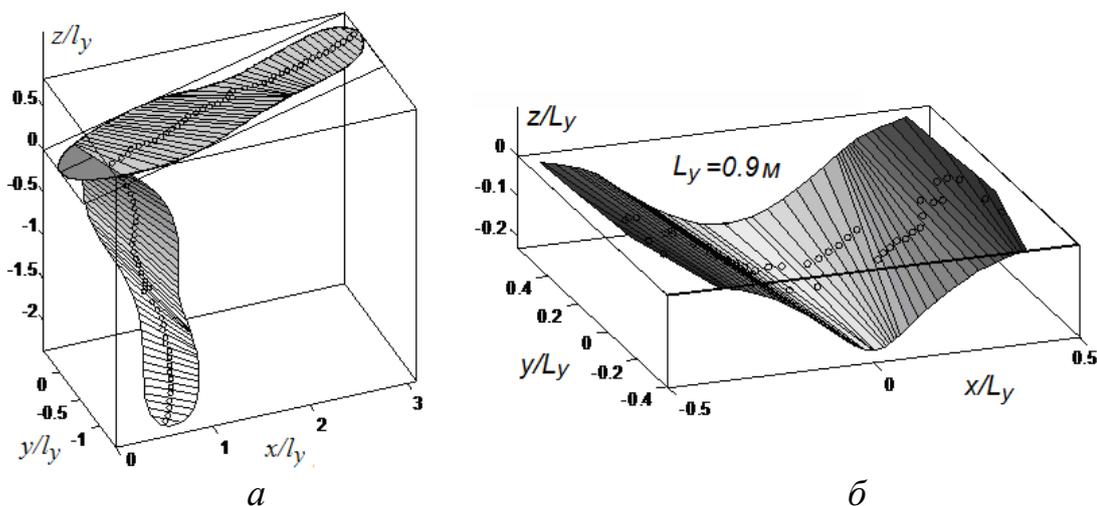


Рисунок 17 – Модель изогнутой стельки (*а*) и симметричная модель листа кожкартона, захваченного с двух сторон (*б*)

Исследован случай симметричного торсового изгиба полосы, захваченной с двух краев валками или зажимами или подвешенного свободно за края (рисунок 17, *б*). Моделирование срединной поверхности осуществляется грань за гранью от краев к середине листа. При этом исследуется регулярность изгиба, нерастяжимость и неразрывность срединной поверхности, возможность ее самопересечений. Для моделирования и исследования такого изгиба листа создана программа *bendvintsym2*, в которую входит подпрограмма для исследования стыка граней в средней части поверхности с целью выбора оптимальной сборки средних граней.

По программе *bendcris1* рассчитана кризисная форма изгиба прямоугольной полосы размерами 21x50 см из материала типа специальной бумаги, левый

край которого вставлен в криволинейные губки (рисунок 18). Значения слагаемых значения целевой функции: $[U_{el} U_{gr} U_{check}] = [6.2, 4.2, 562] \cdot 10^{-4}$ Дж. Появление конической вершины предшествует появлению других вершин и выпучиванию листа в виде узора Ёшимуры.

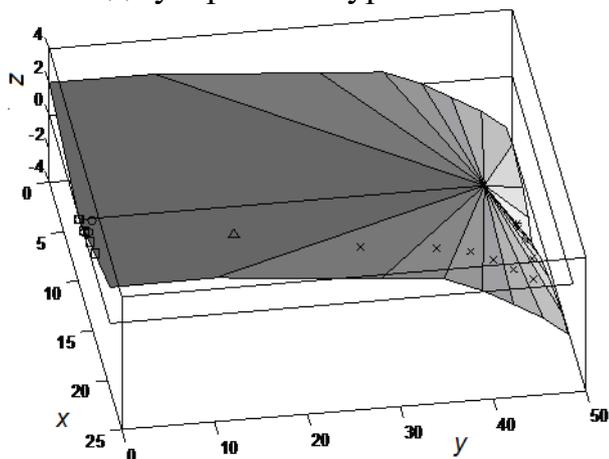


Рисунок 18 – Кризисный изгиб листа

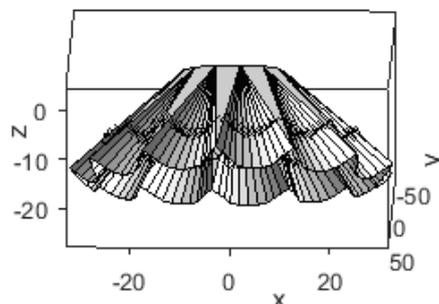


Рисунок 19 – «Скатерть-13»

Рассмотрен изгиб листа, захваченного большим вакуумным или магнитным захватом, создана развертывающаяся модель срединной поверхности листа, напоминающая скатерть, наброшенную на стол. Разработан алгоритм и программа `bendscare` для моделирования фигуры типа «скатерть», асимметричной или симметричной, состоящей из k_{sec} плоских отогнутых частей (лепестков), и областей с коническими вершинами (флейт). На рисунке 19 изображен результат моделирования круглой «Скатерти-13» радиусом $R = 20$ см с 13 лепестками, наброшенной на стол радиусов $r = 10$ см, из материала с изгибной жесткостью $D = 1,7$ кг · (см/с)² и с интенсивностью распределенной гравитационной нагрузки $p = 0,008$ кг/(см · с²). В программе рассчитывается коэффициент драпируемости «скатерти», равный отношению площади горизонтальной проекции модели к площади круга радиуса R .

В пятой главе рассматривается изгиб тяжелого листа, подвешенного на крючке или захваченного пневматическим захватом в окрестности некоторой внутренней точки O и изгибающегося так, что его срединная поверхность образует складчатую коническую поверхность с вершиной O .

Изучены свойства конической фигуры, разработана математическая модель складчатой поверхности, составленной из треугольных элементов. Особое внимание уделено симметричным фигурам, когда круглый лист радиусом R захвачен в центральной точке, а коническая поверхность его изгиба состоит из k_{sec} секторов с зеркальной симметрией складок внутри каждого сектора. Изогнутый коническим образом тяжелый лист характеризуется параметрами $l_g = \sqrt[3]{D / \rho g}$, $\xi = R / l_g$,

$\chi = \frac{2}{3\pi \ln R / R_p} \xi^3$. Моделирование граней сектора происходит от его краев к центру сектора.

Сборку двух внутренних граней с наименьшей энергией осуществляют программы-функции `threebet2`, `twoort1`, отсутствие самопересечений

контролирует программа-функция `crosectcon1`. Модель конуса строится и исследуется программой `bendconcirc`. Анализируются примеры расчета конических поверхностей, которые может образовать круглый лист радиусом $R = 40\text{ см}$ из изотропного материала с изгибной жесткостью $D = 0,174\text{ кг см}^2/\text{с}^2$, с интенсивностью гравитационной нагрузки $p = 0,008\text{ кг}/(\text{см с}^2)$. Толщина листа $h = 0,01\text{ см}$, априорный радиус сингулярной зоны $R_{\text{sing}} = 0,001\text{ см}$. Это радиус круга, внутри которого материал почти не сопротивляется деформации. Лист закреплен в центральной точке и свободно свисает. Назначая разные значения k_{sec} , получаем семейство моделей конусов с общими параметрами $\xi = 14,25$ и $\chi = 57,95$, но с разными значениями потенциальной энергии. На практике образуется конус с минимальной энергией. Остальные формы обладают некоторой устойчивостью и имеют право на существование. Итак, получаем 2 модификации односекторного изгиба: шатровую и серповидную (рисунки 19 и 20) с энергиями $U = -707,68 \cdot 10^{-4}\text{ Дж}$ и $U = -858,56 \cdot 10^{-4}\text{ Дж}$ (энергия плоского горизонтального листа принята за нуль).

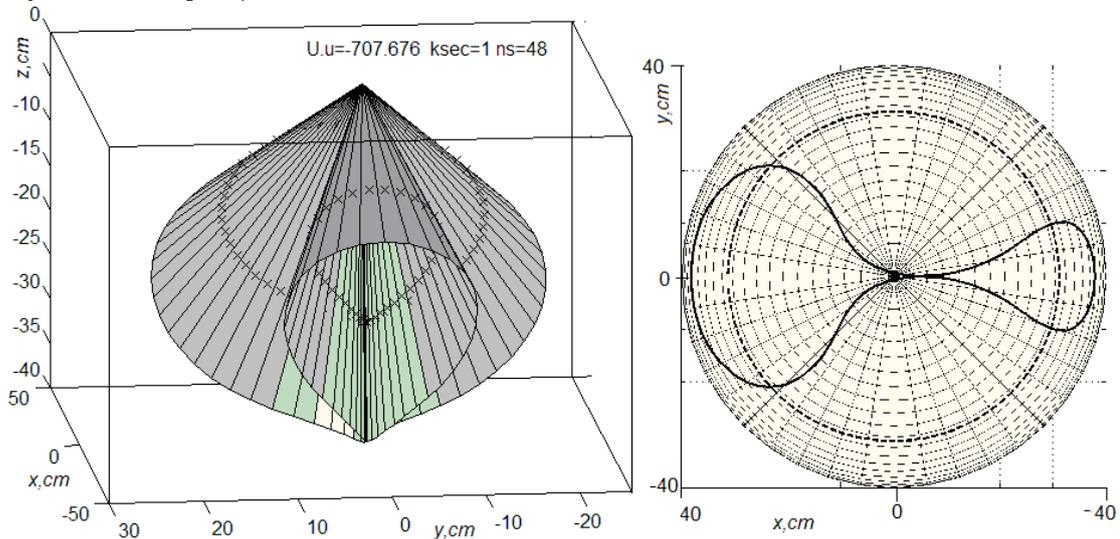


Рисунок 19 – Односекторный шатровый конус и вид на нижнюю полусферу

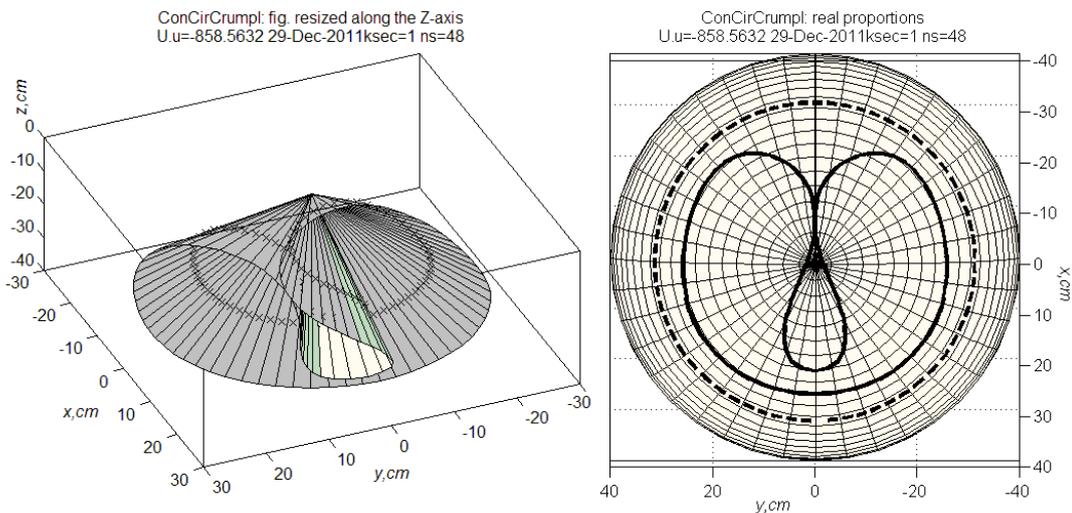


Рисунок 20 – Односекторный конус: серповидная фигура на полусфере

Далее рассматриваем 2-секторный, 3-секторный конус и т.д. На рисунке 21 изображен «правильный» 4-секторный конус, построенный при контроле самопересечений функцией `crosectcon1`, а на рисунке 22 – «неправильный» конус, рассчитанный при отключенной функции `crosection1`.

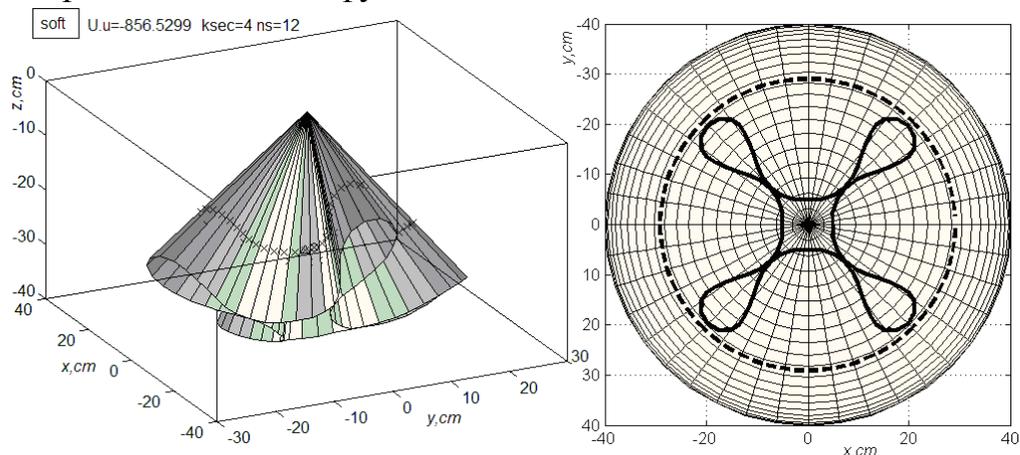


Рисунок 21 – «Правильный» конус и его край на нижней полусфере

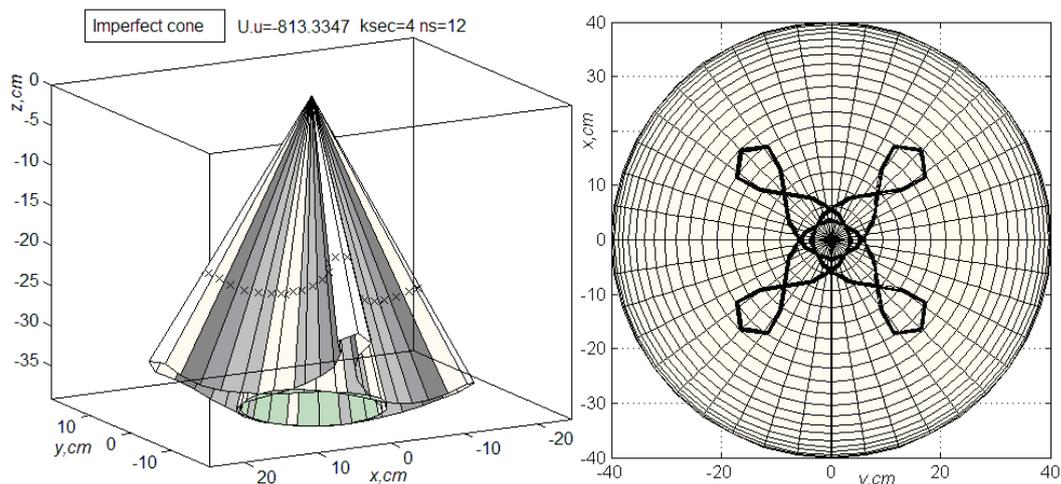


Рисунок 22 – «Неправильный» конус и его край на нижней полусфере

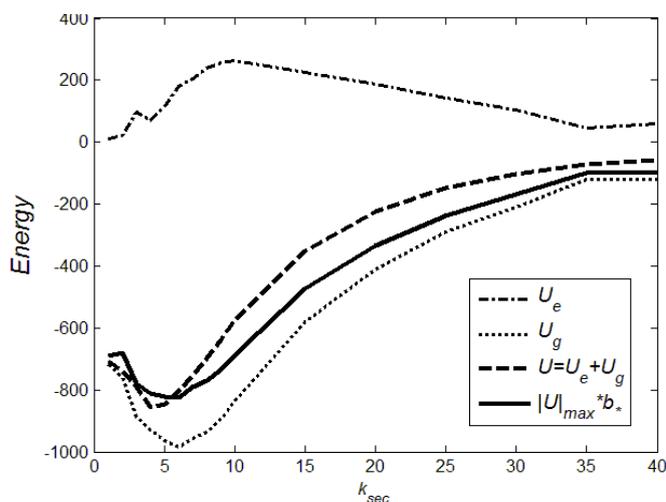


Рисунок 23 – Энергия конусов семейства $\xi = 14,25$, $\chi = 57,95$

Статистика изменения энергии конусов данного семейства представлена на рисунке 23. Множитель b_* представляет постоянную компоненту функции β' . Среди конусов шатровой формы наименьшую энергию имеет 4-секторный конус. Так что захваченный вакуумной воронкой лист, скорее всего, примет форму, изображенную на рисунке 24.

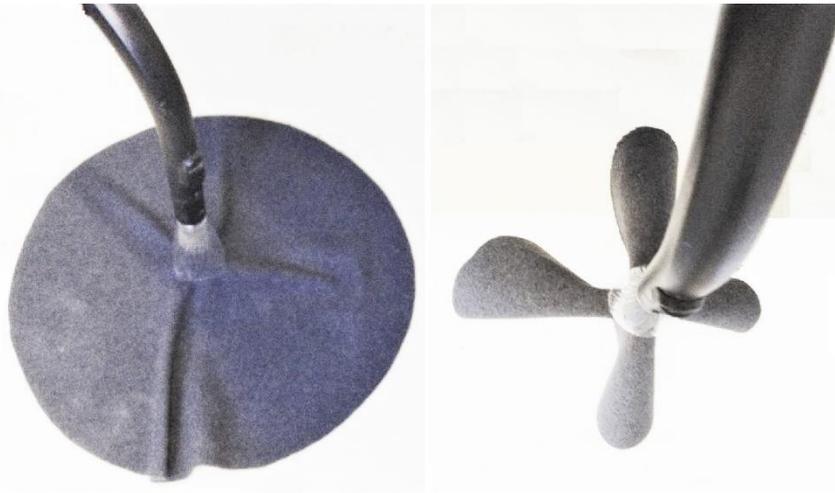


Рисунок 24 – Начальная стадия вакуумного захвата лоскута и поднятый воронкой лист в форме конуса с четырьмя складками

Предложенные методы, математические модели, алгоритмическое и программное обеспечение представляют собой теоретические основы моделирования деформированных форм изгиба листовых материалов, перемещаемых в захватных устройствах к рабочим органам машин текстильной и легкой промышленности. Результаты моделирования форм листового материала позволяют анализировать взаимодействие перемещаемых листовых материалов с рабочими органами технологических машин отрасли. Указанные результаты могут быть использованы при решении задач проектирования нового и совершенствования существующего оборудования текстильной и легкой промышленности, а также при конструировании захватных устройств, разработке управляющих программ для систем автоматизированной подачи листовых материалов.

Например, методы моделирования цилиндрического изгиба листовых материалов позволяют на этапе проектирования механизма валковой подачи листов под вырубочный пресс определять такие параметры, как диаметр и длина валков, расстояние между их осями вращения, усилие зажима и другие конструктивные параметры при учете формы листового материала в зоне подачи.

В случаях расчета и проектирования машин, осуществляющих вилочный, клещевой или вакуумный захват тяжелого упругого листа произвольной формы, (например, текстильного или кожаного лоскута для подачи его на разбраковку, раскрой или на пошив) применимы методы моделирования торсовых форм изгиба листов. Указанные методы дают возможность рассчитывать конструкции зажимов и их положение в пространстве, при котором обеспечивается требуемая форма листа кожкартона для автоматической подачи его под вырубочный пресс.

Методы исследования конической формы изгиба листов позволяют расчетным путем обосновывать форму вакуумной воронки, используемой для захвата лоскутов, перемещаемых швейными роботами, исследовать протекание воздушных потоков в складках лоскута и определять требуемую силу захвата и расход воздуха.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ВЫВОДЫ

На основании проведенных исследований, направленных на совершенствование механизмов подачи гибких материалов к рабочим органам машин или перемещения таких материалов в захватах манипуляторов, можно сделать следующие выводы.

1. Разработаны теоретические основы моделирования и анализа форм изгиба упругого листового материала на основе понятия срединной поверхности в условиях захвата рабочими органами исполнительных механизмов машин текстильной и легкой промышленности. Для решения задач о равновесной форме изогнутых листов предложена единая методика, основанная на минимизации целевой функции, которая учитывает потенциальную (упругую и гравитационную) энергию листа и дополнительные условия его изгиба.

2. На основании анализа литературных источников, конструкции захватных механизмов машин текстильной и легкой промышленности выявлены типовые формы изгиба листового материала: цилиндрическая, коническая, торсовая и их комбинации.

3. Предложены математические модели и методика представления потенциальной энергии тонкого листового материала в виде функции от узловых значений параметров, определяющих форму срединной поверхности листа. Разработано математическое, алгоритмическое и программное обеспечение для поиска экстремума целевой функции, включающей в себя потенциальную энергию листового тела и дополнительные геометрические условия изгиба. Предложены методы и алгоритмы контроля регулярности, неразрывности, нерастяжимости и отсутствия самопересечений моделируемых листовых материалов.

4. Разработаны методы моделирования и исследования изгиба листов, захваченных таким образом, что их срединная поверхность является цилиндрической. Изучены случаи захвата листов обувных и текстильных материалов, при которых цилиндрический изгиб оказывается энергетически оптимальным по сравнению с торсовой формой изгиба. Рассмотрен случай цилиндрического изгиба, когда напряжения внутри листа постоянны вдоль образующих. Выполнен сравнительный анализ результатов, полученных с использованием предлагаемой методики оптимизационного поиска формы изгиба, результатов решения дифференциального уравнения изгиба листового тела и эксперимента, которые практически совпадают.

5. Разработано алгоритмическое и программное обеспечение для получения многогранных цилиндрических моделей срединной поверхности листа с фиксированной захватом гранью или образующей. Алгоритмы включают в себя анализ криволинейной границы листа и отверстий (лакун) и позволяют анализировать изменение формы листа в процессе захвата (например, при подаче листа валковым механизмом в вырубочный узел). Разработаны алгоритмы и программы моделирования цилиндрического изгиба листа, захваченного с двух сторон (двухсторонний зажим листового материала позволяет точнее управлять его положением при автоматической обработке).

6. Разработано математическое, алгоритмическое и программное обеспечение для моделирования разнообразных случаев торсовых форм изгиба тяжелых упругих листов, в том числе листов произвольной формы, из анизотропного материала, подвергнутых дополнительной обработке: склеиванию, сжатию, изгибанию края и т.п.

7. Выполнен анализ изгиба листов, захваченных криволинейными губками, вилочным захватом, вакуумным захватом. Разработаны алгоритмы и программы для моделирования торсового изгиба листа, захваченного с двух краев.

8. Разработано математическое, алгоритмическое и программное обеспечение для исследования изгиба листа, сопровождающегося выпучиванием в одной или нескольких точках, например при захвате листа вакуумной воронкой большого диаметра.

9. Разработана математическая модель для случая конического изгиба листового материала, захваченного в малой окрестности некоторой его точки. Предложены алгоритмы и программы для компьютерного моделирования конических срединных поверхностей листового материала, захваченных “пикером” или пневматическим захватом. Выполнен статистический анализ многоскладчатых форм срединной поверхности круглых листов, позволяющий предсказать оптимальную форму изгиба листового материала.

ОСНОВНЫЕ ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

Статьи в журналах, включенных в «Перечень...» ВАК РФ

1. **Усов, А.Г.** Торсовые модели листов, изгибаемых захватами // Вестник Санкт-Петербургского государственного университета технологии и дизайна. Серия 1. Естественные и технические науки. – 2017. – № 5. – С. 3-8.

2. **Усов, А.Г.** Деформация листа при консольной подаче его на разруб или раскрой // Вестник Санкт-Петербургского государственного университета технологии и дизайна. Серия 1. Естественные и технические науки. – 2016. – № 1. – С. 142-147.

3. **Усов, А.Г.** Контроль геометрических качеств моделей изгибаемых листов // Вестник Санкт-Петербургского государственного университета технологии и дизайна. Серия 1. Естественные и технические науки. – 2016. – № 4. – С. 89-94.

4. **Усов, А.Г.** Некоторые принципы моделирования цилиндрической срединной поверхности изгибаемого листа // Вестник Санкт-Петербургского государственного университета технологии и дизайна. Серия 1. Естественные и технические науки. – 2013. – № 3. – С. 40-46.

5. **Усов, А.Г.** Исследование складок при коническом изгибе малорастяжимых листов // Дизайн. Материалы. Технология. – 2012. – Т. 12, № 1. – С. 29-34.

6. **Усов, А.Г.** Учет параметров напряженного состояния материала при моделировании больших изгибов упругих малорастяжимых листов // Известия вузов. Технология легкой промышленности. – 2012. – Т. 16, № 2. – С. 65-69.

7. **Усов, А.Г.** Простейшие модели конического изгиба круглого листа // Известия вузов. Технология легкой промышленности. – 2012. – Т. 18, № 4. – С. 16-19.

8. **Усов, А.Г.** Моделирование складок при нерегулярном изгибании свисающего листа, удерживаемого захватом // Вестник Санкт-Петербургского государственного университета технологии и дизайна. Серия 1. Естественные и технические науки. – 2011. – № 1. – С. 73-82.

9. **Усов, А.Г.** О моделировании срединной поверхности деформированной тонкой нерастяжимой оболочки // Справочник. Инженерный журнал. – 2011. – № 6. – С. 29-35.

10. **Усов, А.Г.** Моделирование конического изгиба листа, удерживаемого малым захватом // Известия вузов. Технология легкой промышленности. – 2011. – Т. 14, № 6. – С. 57-61.

11. **Усов, А.Г.** Исследование изгиба листа обувного картона, подаваемого под вырубной пресс / **А.Г. Усов, А.М. Майоров** // Кожевенно-обувная промышленность. – 2010. – № 1. – С. 36-38.

12. **Усов, А.Г.** Моделирование изгиба малорастяжимого листа // Известия вузов. Технология текстильной промышленности. – 2010. – № 6 (327). – С. 81-84.

13. **Усов, А.Г.** Построение деформированной срединной поверхности малорастяжимого листа // Известия вузов. Технология текстильной промышленности. – 2010. – № 7 (328). – С. 85-88.

14. **Усов, А.Г.** Об исследовании механических свойств текстильного полотна при его изгибе / **А. Г. Усов, В. В. Коровкин** // Швейная промышленность. – 2010. – № 1. – С. 26-27.

15. **Усов, А.Г.** Проектирование изделий, получаемых при упругом изгибании нерастяжимого листового материала // Дизайн. Материалы. Технология. – 2010. – № 1 (12). – С. 41-44.

16. **Усов, А.Г.** Геометрические основания для применения энергетического метода расчета формы изогнутого упругого нерастяжимого листа // Известия вузов. Технология легкой промышленности. – 2010. – Т. 8, № 2. – С. 44-48.

Патенты и авторские свидетельства

17. Свидетельство о гос. регистрации программы для ЭВМ № 2016615403. Исследование пересечения двух выпуклых многогранников («crosshedron») / **Усов А.Г.** / Оpubл. 20.06.2016. Эл. бюлл. «Программы для ЭВМ, базы данных, топологии интегральных микросхем». – 2016. – № 6 (616).

18. Свидетельство о гос. регистрации программы для ЭВМ № 2016615573 / Моделирование симметричной формы изгиба прямоугольного упругого листа между двумя фиксированными образующими («bendvintsym2») / **Усов А.Г.** / Оpubл. 20.06.2016. Эл. бюлл. «Программы для ЭВМ, базы данных, топологии интегральных микросхем». – 2016. – № 6 (616).

19. Свидетельство о гос. регистрации программы для ЭВМ № 2013660471. Построение цилиндрической формы изгиба тяжелого упругого листа, закрепленного с двух сторон («bendcyl4») / **Усов А.Г.** / Оpubл. 06.11.2013. Эл. бюлл.

«Программы для ЭВМ, базы данных, топологии интегральных микросхем». – 2013. – № 4.

20. Свидетельство о гос. регистрации программы для ЭВМ № 2013660290. Построение цилиндрической формы изгиба тяжелого упругого листа со свисающими краями («bendcyl2») / **Усов А.Г.** / Оpubл. 30.10.2013. Эл. бюлл. «Программы для ЭВМ, базы данных, топологии интегральных микросхем». – 2013. – № 4.

21. Свидетельство о гос. регистрации программы для ЭВМ № 2012612139. Исследование симметричной формы изгиба тяжелого прямоугольного упругого листа, захваченного тремя струбцинами или вилочным захватом («bendsymfork») / **Усов А.Г.** / Оpubл. 24.02.2012. Эл. бюлл. «Программы для ЭВМ, базы данных, топологии интегральных микросхем». – 2012. – № 2. – С. 518.

22. Свидетельство о гос. регистрации программы для ЭВМ № 2012612140. Исследование регулярной формы изгиба тяжелого прямоугольного упругого листа, захваченного вакуумным захватом в окрестности внутренней точки («bendvac») / **Усов А.Г.** / Оpubл. 24.02.2012. Эл. бюлл. «Программы для ЭВМ, базы данных, топологии интегральных микросхем». – 2012. – № 2. – С. 519.

23. Свидетельство о гос. регистрации программы для ЭВМ № 2012612141. Исследование регулярного изгиба тяжелого прямоугольного упругого листа, захваченного по образующей клещевым захватом («bendjaw») / **Усов А.Г.** / Оpubл. 24.02.2012. – Эл. бюлл. «Программы для ЭВМ, базы данных, топологии интегральных микросхем». – 2012. – № 2. – С. 519.

24. Свидетельство о гос. регистрации программы для ЭВМ № 2012612142. Исследование симметричного изгиба тяжелого круглого упругого листа, закрепленного в круглой области («bendcap») / **Усов А.Г.** / Оpubл. 24.02.2012. – Эл.бюлл. «Программы для ЭВМ, базы данных, топологии интегральных микросхем». – 2012. – № 2. – С. 519.

25. Свидетельство о гос. регистрации программы для ЭВМ № 2012612143. Исследование конической симметричной формы изгиба тяжелого круглого упругого листа, закрепленного в центральной точке («bendconcirc») / **Усов А.Г.** / Оpubл. 24.02.2012. – Эл. бюлл. «Программы для ЭВМ, базы данных, топологии интегральных микросхем». – 2012. – № 2. – С. 520.

Материалы конференций

26. **Усов, А.Г.** Исследование самопересечений проектируемых оболочек при больших изгибах / **А.Г. Усов, А.А. Денисенкова** // Инновации молодежной науки: тез. докл. Всерос. науч. конф. молодых ученых / С.-Петербургский гос. университет промышленных технологий и дизайна. – СПб.: ФГБОУВПО «СПбГУПТД». – 2016. – С. 19-20.

27. **Усов, А.Г.** Моделирование срединной поверхности изогнутого мало-растяжимого листа большими конечными элементами / **А. Г. Усов, В. В. Коровкин** // Международная научно-техническая конференция “Восьмые Окуневские чтения”: сборник материалов / Балтийский государственный технический университет «Военмех». – СПб., изд-во Балт. гос. техн. ун-та. – 2013. – С. 377-380.

28. **Усов, А.Г.** Нерегулярный изгиб листового материала, применяемого при изготовлении деталей низа обуви / **А.Г. Усов, В.В. Коровкин** // Международная конференция «Седьмые Окуневские чтения»: материалы докладов / Балтийский государственный технический университет «Военмех». – СПб., изд-во Балт. гос. техн. ун-та. – 2011. – С. 81-83.

29. **Усов, А.Г.** Система алгоритмов и программ по моделированию больших изгибов нерастяжимых упругих листов / **А.Г. Усов, В.В. Коровкин** // XV Всероссийская конференция «Фундаментальные исследования и инновации в национальных исследовательских университетах»: материалы конференции / Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого. – СПб, изд-во СПбПУ. – 2011. – С. 88-89.

Статьи в научных сборниках и других журналах

30. **Усов, А.Г.** Пересечение многогранников и статистика выпуклых оболочек // J. of Advanced Res. in Tech. Sc. – N. Charleston, USA. – 2017, Is. 5. – ISSN 2474-5901. – P. 39-44.

31. **Усов, А.Г.** Цилиндрический изгиб малорастяжимых листов в устройствах автоматической подачи // Вестник Санкт-Петербургского государственного университета технологии и дизайна. – 2009. – № 1(16). – С. 57-62.

32. **Усов, А.Г.** Способы подачи листового материала в текстильной и других отраслях легкой промышленности // В мире оборудования. – 2008. № 7 (82). – С. 22-23.

33. **Усов, А.Г.** Подача листов настила кожкартона / Ю. Н. Вальщиков, М. И. Голубев, **А. Г. Усов** // В мире оборудования. – 2007. – N 6 (73). – С. 20-21.

34. **Усов, А.Г.** Подача листов настила кожкартона при автоматизированном раскрое деталей низа обуви / Ю. Н. Вальщиков, М. И. Голубев, **А. Г. Усов** // Кожа и обувь. – 2006. – № 3 (21). – С. 32-33.

35. **Усов, А.Г.** Вибрационная динамическая модель пакета листового материала / Л.С. Мазин, **А.Г. Усов** // Вестник Санкт-Петербургского государственного университета технологии и дизайна. 2006. – № 12. – С. 65-69.

36. **Усов, А.Г.** Вырубка деталей низа обуви из кожкартона и других материалов / Ю.Н. Вальщиков, М.И. Голубев, **А.Г. Усов** // Кожа и обувь. – 2006. – № 1 (19). – С. 12-14.

37. **Усов, А.Г.** Сдвиговые деформации слоистых пакетов // Проблемы экономики и прогрессивные технологии в текстильной, легкой и полиграфической пром-ти: Сб. науч. тр. Вып. 6. СПб: Изд-во СПГУТД, 2004. – С. 124-127.

38. **Усов, А.Г.** Основные функциональные зависимости технологического процесса подачи листового материала под вырубку при изготовлении деталей низа обуви / Ю.Н. Вальщиков, **А.Г. Усов** // Моделирование систем автоматизации и контроля технологических процессов текстильной и легкой промышленности: Межвуз. сб. науч. тр. / С.-ПБИТЛП. – С.-Пб. – 1992. – с. 57-60.

39. **Усов, А.Г.** Разработка автоматизированной системы для разуба спецкартона на участке изготовления деталей низа обуви / Г. М. Подобрый, **А.Г. Усов, С.Г. Уткин, Ю.Н. Вальщиков** / Отчет о научно-исследовательской работе. – № гос.

регистрации 01860073797. – Ленинград: изд-во Ленинградского интитуа текстильной и легкой промышленности. – 1989. – 142 с.

